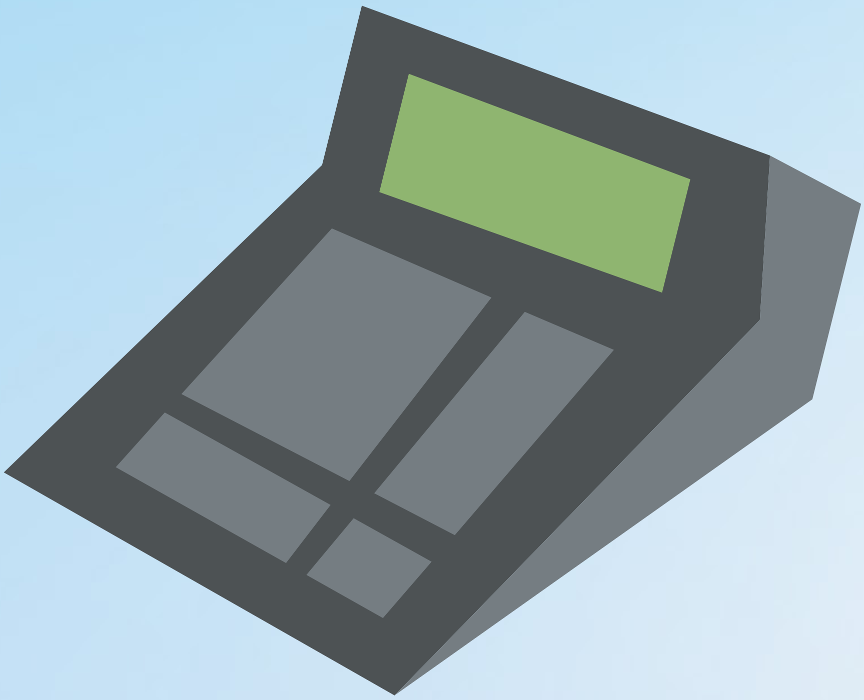
Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Rzeczpospolita Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Metody i formy pracy dydaktycznej w obszarze edukacji matematycznej w klasach IV-VIII

Opracowanie: Bogusława Stuczyńska



Ogólnopolski Operator Oświaty

Galileo

Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Rzeczpospolita Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Spis treści

Ogólnopolski Operator Oświaty

Galileo

Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój
Rzeczpospolita Polska
Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

1. Cele zajęć rozumiane przez nauczyciela i ucznia

O stawianiu celów

Tworząc sytuację pozwalającą na konstruowanie wiedzy matematycznej, musimy zakotwiczyć ją w wiedzy posiadanej już przez ucznia oraz, jeśli tylko to jest możliwe, w jego życiowym doświadczeniu. Aby uczeń był świadomym i aktywnym uczestnikiem procesu kształcenia, musi wiedzieć, czego i po co ma się uczyć. Dlatego cele zajęć warto zawsze formułować w języku zrozumiałym dla uczącego się.

Gdy mówimy o formułowaniu celów, najczęściej mamy na myśli cel zajęć z punktu widzenia nauczyciela, tzw. cel SMART. Jednak takie zamierzenie jest często opisywane w niezrozumiałym dla ucznia języku, co obrazuje tabela:

Cel nauczyciela	Cel dla ucznia
Uczeń potrafi obliczyć liczbę na podstawie jej procentu	Oczekuję, że po tej lekcji każdy z was będzie potrafił znaleźć liczbę, gdy zna tylko jej procent. Przyda się to m.in. do obliczenia ceny towaru przed podwyżką, do uzupełnienia zniszczonej faktury VAT,...
Uczeń poprawnie stosuje algorytm pisemnego dodawania liczb naturalnych	Nauczysz się, jak dodawać do siebie duże liczby
Uczeń potrafi oszacować sumę kilku liczb	Na zakupach dowiesz się, ile mniej więcej zapłacisz za swoje zakupy, czy wystarczy ci na nie pieniędzy, ile mniej więcej będą ważyły kupione produkty

2. Metody kształcenia. Rodzaje metod nauczania

Metody kształcenia

- Podające
- Eksponujące
- Praktyczne
- Programowe
- Problemowe

Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój | Rzeczpospolita Polska | Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Rodzaje metod nauczania

1. Podające:
- wykład informacyjny,
- pogadanka,
- opowiadanie,
- opis,
- prelekcja,
- anegdota,
- odczyt,
- objaśnienie lub wyjaśnienie.

2. Problemowe:
- wykład problemowy,
- wykład konwersatoryjny,
- klasyczna metoda problemowa,
- aktywizujące:
  - » metoda przypadków,
  - » metoda sytuacyjna,
  - » inscenizacja,
  - » gry dydaktyczne: (symulacyjne, decyzyjne, psychologiczne),
  - » seminarium,
  - »dyskusja dydaktyczna: (związana z wykładem, okrągłego stołu, wielokrotna, burza mózgów, panelowa, metaplan).

3. Eksponujące:
- film,
- sztuka teatralna,
- ekspozycja,
- pokaz połączony z przeżyciem.

4. Programowane:
- z użyciem komputera,
- z użyciem maszyny dydaktycznej,
- z użyciem podręcznika programowanego.

5. Praktyczne:
- pokaz,
- ćwiczenia przedmiotowe,
- ćwiczenia laboratoryjne,
- ćwiczenia produkcyjne,
- metoda projektów, metoda przewodniego tekstu.

Ogólnopolski Operator Oświaty | Galileo

3. Wskazówki metodyczne: motywowanie i angażowanie uczniów w uczenie się matematyki

Uczenie się wymaga świadomości:
- „czego i po co się uczę",
- zaangażowania ,
- odpowiedzialności za własną pracę.

Jednym ze sposobów angażowania uczniów w proces uczenia się jest stosowanie podczas lekcji metod aktywizujących.

Metody aktywizujące:
Wbrew pozorom nie jest łatwo wybrać odpowiednie do zajęć matematyki metody aktywizujące. Wiele bowiem zależy od kontekstu i sposobu ich definiowania.

Na przykład wykład lub pogadanka zaliczone są do metod podających, takich, przy których uczniowie są biernymi odbiorcami. Ale jeśli wykład jest wstępem do formułowania pytań, dyskusji, rozwiązywania problemów? Czy uczniowie podczas takiego wykładu na pewno pozostają bierni?

A jeśli wykład jest przygotowany przez ucznia lub grupę uczniów? Czy dla nich to jest metoda podająca? Czy przygotowując i wygłaszając wykład dla koleżanek i kolegów są zaangażowani?

Wszelkie klasyfikacje metod nauczania – uczenia się tracą nieco na aktualności, gdy spojrzy się na nie przez pryzmat wykorzystania nowoczesnych technologii informacyjno- komunikacyjnych. Czy wykład umieszczony np. na YouTube, który uczeń sam znalazł i obejrzał kilkakrotnie by zrozumieć dane zagadnienie, był aktywnym uczeniem się?

Wskazanie metody pracy uczniów jest ważne, lecz ważniejszy jest cel zajęć, problemy, jakie będą stawiane uczącym się. Możemy wybrać dowolną technikę aktywizującą, lecz jeśli problem, nad którym pracują uczniowie, nie okaże się dla nich wyzwaniem i nie zainteresuje ich, to aktywność ta będzie pozorna i nie przyniesie aktywności intelektualnej. A przecież o taką właśnie chodzi w procesie uczenia się. I w koncepcji konstruktywizmu.

Metody aktywizujące charakteryzują się:
- dużą siłą stymulowania aktywności uczniów i nauczycieli,
- wysoką skutecznością,
- dużą różnorodnością i atrakcyjnością działania.

Metody aktywizujące pozwalają nie tylko rozbudzić w uczniu zainteresowanie przedmiotem czy sprawdzić jego wiedzę. Główna zaleta tych metod polega na doskonaleniu umiejętności przydatnych nie tylko podczas lekcji, ale również w codziennym życiu, w tym w rozwijaniu kompetencji kluczowych, np. umiejętności wyciągania wniosków, myślenia analitycznego i krytycznego, łączenia zdarzeń i faktów w związki przyczynowo- skutkowe, umiejętności właściwego zachowania się w nowej sytuacji, komunikatywności, dyskutowania, kreatywności, pracy w grupie, czytania ze zrozumieniem.

Przed decyzją „Jaką metodę zastosuję?" nauczyciel powinien zadać sobie pytanie:

Kiedy i w jakiej sytuacji uczeń będzie aktywny?

4. Konstruktywizm w edukacji matematycznej

Edukacja matematyczna ma ogromną wartość w poznawaniu otaczającego nas świata. Wiele badań wskazuje na jej znaczenie w rozwoju intelektualnym młodych ludzi.

Czy w dzisiejszej szkole uczniowie mogą aktywnie i odpowiedzialnie rozwijać swoje kompetencje matematyczne?

Czy też, w pogoni za wynikami egzaminów zewnętrznych, zarówno nauczyciele, jak i ich uczniowie zgubili radość z odkrywania matematyki?

Pojęcia i symbole matematyczne można wprowadzać na dwa sposoby:
- wprowadzamy (podajemy) nowe pojęcie lub symbol – podajemy definicję, a następnie szukamy przykładów, które pomogą uczniowi zrozumieć sens i przydatność tego pojęcia lub symbolu;
- tworzymy sytuację, dzięki której uczniowie poznają sens i użyteczność nowego pojęcia i symbolu, a następnie wprowadzamy to pojęcie lub symbol.

Pierwszy opisany sposób wywodzi się z behawioryzmu, jest utożsamiany z tradycyjnym nauczaniem matematyki. Drugi sposób związany jest z podejściem konstruktywistycznym.

Konstruktywizm jest obecnie najbardziej znaczącym nurtem w edukacji. Określa na nowo relacje między nauczycielem i uczniem.

Stawia na aktywnego ucznia, świadomego tego, czego i po co się uczy, oraz nauczyciela organizującego mu środowisko uczenia się.

5. Kiedy i w jakiej sytuacji uczeń będzie aktywny?

Przed decyzją **„Jaką metodę zastosuję?”** nauczyciel powinien zadać sobie pytanie: **Kiedy i w jakiej sytuacji uczeń będzie aktywny?**

Uczeń będzie aktywny, gdy:

- cel zajęć jest dla niego bliski i zrozumiały („wiem czego i po co się uczę”),
- uwzględnia się jego wcześniejsze osiągnięcia i doświadczenie, jego wiedzę osobistą, nieformalne uczenie się,
- uwzględnia się jego zainteresowania (zadania uznaje za własne, treści odwołują się do jego doświadczeń, w tym pozaszkolnych),
- bierze udział w planowaniu i podejmowaniu decyzji (coś od niego zależy, np. wybór metody pracy lub czas realizacji zadania),
- ma poczucie bezpieczeństwa (wie, że ma prawo do błędu, otrzyma od nauczyciela i/ lub rówieśników konieczne wsparcie i informację zwrotną),
- działaniom towarzyszą pozytywne emocje,
- odczuwa satysfakcję (lubi to robić, ma poczucie sukcesu),
- ma poczucie własnej wartości („ja to potrafię”),
- dostrzega się jego wkład pracy, a nie tylko efekt (nauczyciel i grupa zauważają jego wysiłek i doceniają go).

6. Przykłady metod aktywizujących

Metoda projektów

Bazuje na praktycznym działaniu dotyczącym realizacji pewnego zdarzenia (projektu) zaproponowanego i zaprojektowanego przez uczniów.

Zazwyczaj przyjmuje się następujące etapy pracy nad projektem:

- określenie tematu i celów projektu,
- wskazanie zadań, które mają wykonać uczniowie, aby osiągnąć cele,

- wskazanie źródeł, do których należy sięgnąć przy zbieraniu informacji,
- ustalenie terminu prezentacji,
- omówienie kryteriów oceny,
- praca nad projektem,
- prezentacja projektu,
- ocena projektu.

Na zajęciach matematyki temat i główne cele projektu zazwyczaj wskazuje nauczyciel, pozostawiając uczniom swobodę w innych etapach prac.

Ważną kwestią jest określenie sposobu monitorowania przez nauczyciela poszczególnych etapów działań – zapobiegnie to nieporozumieniom i np. sytuacji, kiedy podczas prezentacji okazuje się, że uczniowie zrobili coś zupełnie innego, niż oczekiwał tego prowadzący zajęcia.

Dobrze jest, gdy proponowane tematy projektów związane są z pozaszkolnymi doświadczeniami uczniów i jednocześnie pokazują szerokie zastosowanie matematyki.

Projekty realizowane są przez uczniów zazwyczaj w pracach grupowych, rzadziej indywidualnie.

Przykłady tematów projektów:
- Podatek VAT. Kto go płaci? Jakie są stawki? Jak się go wylicza?
- Jak liczyli Egipcjanie? Majowie? Rzymianie?
- Badania statystyczne dotyczące najchętniej oglądanych programów telewizyjnych.

Rozwiązywanie problemów

To metoda wyjątkowo pożądana na lekcjach matematyki. I to począwszy od edukacji wczesnoszkolnej. Propagowaniem tej metody uczenia się matematyki od początku zajmowało się Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki

Obecnie w większości podręczników można spotkać propozycję problemów do rozwiązania.
Niezwykle ważną pozycją jest „Myślenie matematyczne” Johna Masona.

Rozwiązywanie problemów kładzie nacisk:
- nie tylko na końcowy efekt, ale także na proces uczenia się,
- nie tylko na to, co uczeń umie, ale na proces rozumienia,
- nie tylko na stosowanie wiadomości w typowych zadaniach, ale na integrację zdobytej wiedzy i jej użycie w nowych, nietypowych sytuacjach.

W rozwiązywaniu problemów najważniejsze jest zatem:

- zrozumienie problemu,
- zaplanowanie rozwiązania,
- realizacja rozwiązania,
- prezentacja rozwiązania,
- zastosowanie posiadanej wiedzy przedmiotowej.

Każdy z tych etapów powinien być oceniony przez nauczyciela. Aby uczniowie doskonalili swoje kompetencje w zakresie rozwiązywania problemów, muszą otrzymywać szczegółową informację zwrotną.

Najczęściej pojawiają się problemy typu „Jaka to prawidłowość?" – związane są zarówno z liczbami, jak i figurami.

Przykłady na rozwiazywanie problemów:

1. Równości w kolejności
Przyjrzyj się zapisanym poniżej równościom i dopisz dwie kolejne równości, utworzone według tej samej reguły.
$2^2 - 1^2 = 3$
$3^2 - 2^2 = 5$
$4^2 - 3^3 = 7$

2. Po dwa, po trzy, po cztery… (Chodnicki, Dąbrowski, 2012)
Janek rozkładał klocki. Gdy układał je po dwa, to nie zostawał mu żaden klocek.
Gdy układał je po trzy, również wszystkie klocki ładnie dawały się rozłożyć. Ile klocków mógł mieć Janek, jeśli wiadomo, że było ich mniej niż 50?
Gdy Janek układał te same klocki co wcześniej, ale tym razem po cztery, to także dawały się wszystkie ładnie podzielić. Ile mógł mieć klocków?
Gdy Janek ułożył te same klocki po pięć, został mu jeden klocek. Czy teraz można już na pewno ustalić, ile miał klocków? Dlaczego?
Czy to możliwe, żeby:
- klocki dawały się rozłożyć po cztery, a nie dawały się rozłożyć po dwa?
- klocki dawały się rozłożyć po trzy, a nie dawały się rozłożyć po sześć?
- klocki dawały się rozłożyć po sześć, a nie dawały się rozłożyć po cztery? Dlaczego?

3. Jak złożyć kartkę?
Złóż prostokątną kartkę na pół i jeszcze raz na pół. Jak z tak złożonej kartki najprościej można wyciąć:
- cztery identyczne trójkąty?
- cztery identyczne czworokąty?

- dwie identyczne figury mające po jednej osi symetrii?
- figurę, która ma dwie osie symetrii?

Jakie jeszcze inne figury można łatwo wyciąć z tak złożonej kartki? Jak należy złożyć kartkę, aby dało się z niej łatwo wyciąć osiem „kopii" tej samej figury? A figurę o czterech osiach symetrii?

Zbadaj, jak jeszcze można złożyć prostokątną kartkę i co z niej można wyciąć.

Gry dydaktyczne:

Metodą, która na pewno aktywizuje uczniów, są gry dydaktyczne, szczególnie te dostępne w wersji elektronicznej.

Choć niezbyt nadają się do wykorzystania na zajęciach, np. z powodu konieczności zaplanowania ich w pracowni komputerowej, to doskonale służą pracy w domu. W niektórych podręcznikach umieszczone są płyty CD z grami dydaktycznymi. Czasami wydawnictwa udostępniają takie gry także przez Internet
.
„Wplatając w edukację szkolną elementy gier i zabaw, stwarzamy sytuacje, w których uczniowie angażują się w to, co robią, chętnie pracują i dążą do osiągnięcia jak najlepszych wyników. Aktywizacja ucznia, która pobudza go do samodzielnego myślenia, to przewidywanie, poszukiwanie, eliminowanie niepotrzebnych kroków, tworzenie pomysłów i orientacji" (Por. Jagodzińska, b.r.).

Gry dydaktyczne pomagają także w rozwijaniu sprawności matematycznych, np. pamięciowego liczenia czy obliczania pól powierzchni figur płaskich. W trakcie gry uczeń może ćwiczyć sprawności rachunkowe w atrakcyjny dla siebie sposób – wykonanie tej samej liczby przykładów ćwiczeń w zeszycie szybko by go znudziło.

Pojawiający się w kontekście gier element rywalizacji także może pozytywnie wpłynąć na motywację uczniów, i to nawet jeśli przeciwnikiem jest komputer.

Burza mózgów

Jest to przykład dyskusji polegającej na umożliwieniu uczniom szybkiego zgromadzenia wielu konkurencyjnych lub uzupełniających się hipotez rozwiązania problemu.

Można zgłaszać wszystkie pomysły, w obojętnej formie, tak żeby nawet chwila namysłu nad poprawnością językową nie zmniejszyła ich ilości.

Pomysły te nie są oceniane ani komentowane, a na ich autorów nie spada żadna odpowiedzialność czy konsekwencja za ich podanie.

Cała konstrukcja burzy mózgów jest tak pomyślana, aby przerwać komunikację między fazą pomysłów i fazą oceniania pomysłów.

Burzę mózgów można stosować na różnych etapach zajęć, np. jako rozgrzewkę na ich początku, by zachęcić uczniów do aktywności umysłowej, wykorzystać ich wiedzę pozaszkolną.

Jest to także dobra metoda do rozpoczęcia prac nad rozwiązywaniem problemu otwartego.

Warto jednak pamiętać o specyfice edukacji matematycznej. Rzadko kiedy pojawiają się sytuacje, gdy uczniowie mogą bez zastanowienia generować pomysły.

Zazwyczaj potrzebna tu jest faza namysłu, prowadząca do zrozumienia problemu, a dopiero po chwili powinna nastąpić faza dzielenia się pomysłami.

Lekcja odwrócona

Wiele się ostatnio mówi i pisze o lekcjach odwróconych, stanowiących metodę tzw. nauczania wyprzedzającego. To jedna z ważnych i efektywnych metod nauczania i uczenia się.

W metodzie zajęć odwróconych doskonale sprawdzają się materiały dostępne w Internecie – mogą one stanowić zasób informacji przygotowujący do tematu omawianego w klasie.

Nauczyciel może wskazać (może także przygotować je samodzielnie) w sieci zbiór wiadomości, z którymi uczniowie zapoznają się jeszcze przed lekcją, lub może skorzystać z ciągle powiększającej się bazy wiedzy dostępnej w sieci.

Źródeł materiałów dla lekcji odwróconej jest wiele i powstaje ich coraz więcej Flagowym, ciągle się rozwijającym portalem, jest Akademia Khana.

W jego wizytówce czytamy: „Nasza matematyczna misja to przeprowadzenie uczniów od przedszkola do rachunku różniczkowego za pomocą nowoczesnych technologii adaptacyjnych, które identyfikują mocne i słabe strony ucznia".

Polska strona Akademii Khana jest wzorowana na anglojęzycznym portalu prowadzonym od roku 2006 przez Salmana Khana, absolwenta Massachusetts Institute of Technology.

W polskiej edukacji mieliśmy już wiele prób tworzenia portali edukacyjnych z materiałami dla uczniów i nauczycieli – jednym z nich jest Scholaris. Inne godne polecenia miejsca w sieci z materiałami do nauczania matematyki, to:

- E-podręczniki, przygotowane w ramach projektu realizowanego przez Ośrodek Rozwoju Edukacji,
- ZOO matematyczne, skierowane do uczniów szkół podstawowych,
- Matemaks, serwis autorstwa Michała Budzyńskiego, podzielony na działy tematyczne, bogaty w materiał wprowadzający w wybrane zagadnienia oraz przykłady rozwiązywania zadań, również w formie filmowej,
- Kujawsko-Pomorska Platforma Edukacyjna”Edupolis”
- interaktywne ćwiczenia dla dzieci Superkid,
- matematyka reaktywacja,
- math.edu.pl – proste ćwiczenia online przede wszystkim dla uczniów szkół podstawowych,
- matematykatv.pl – portal prezentujący rozwiązania zadań w formie krótkich filmów,
- matematyczny-swiat – blog matematyczny, a w nim ciekawostki matematyczne,
- Pi-stacja darmowe wideolekcje z matematyki

Przykładem zajęć z wykorzystaniem metody odwróconej lekcji może być analiza dowodów twierdzeń. Nauczyciel wskazuje uczniom źródło, np. e-podręczniki, i prosi ich, by przeanalizowali dowód konkretnego twierdzenia.
Jest to szczególnie atrakcyjne, gdy dowód jest przedstawiony dynamicznie, w postaci animacji czy z wykorzystaniem np. Geogebry. Możliwość wielokrotnego – w razie potrzeby – obejrzenia dowodu, przeanalizowania kolejnych kroków bez presji czasu oraz oceniania przez nauczyciela i rówieśników daje uczniowi poczucie bezpieczeństwa, pozwala na uczenie się we własnym tempie.

7. Praca w grupach. Sześć złotych zasad ułatwiających uczenie się w grupach.

Wiele metod aktywizujących związanych jest z pracą w grupach.

Nauczyciel może podjąć odpowiednią decyzję dotyczącą organizacji pracy w grupie – zarówno pracy w klasie, jaki np. realizacji projektu poza szkołą – tylko wtedy, gdy dobrze zna uczniów danej klasy. Przy podejmowaniu takiej decyzji warto pomyśleć o:

- kryteriach podziału uczniów na grupy,
- określeniu ról poszczególnych członków grupy,
- komunikacji w grupie i między grupami,
- roli nauczyciela.

Ważną kwestią są kryteria wyboru uczniów do poszczególnych grup. Czasami można usłyszeć wypowiedzi rodziców, że uczniowie uzdolnieni tracą czas, pracując z uczniami, którzy gorzej radzą sobie z matematyką.

W zależności od celu, dla realizacji którego organizujemy pracę z podziałem na grupy, w różny sposób możemy do nich dobierać uczniów.

A. Grupy jednorodne pod względem osiągnięć szkolnych.
B. Grupy o zróżnicowanym poziomie.
C. Grupy koleżeńskie. Pożądane jest, aby uczniowie łączyli się w grupy koleżeńskie, ponieważ taki układ daje uczniom poczucie bezpieczeństwa. Dzieci w grupach przyjaznych pracują lepiej mimo różnic zdolności.
D. Grupy doboru celowego, np. stosujemy dobieranie się w grupę z dziećmi, które siedzą najdalej od danego ucznia; utworzenie grupy osób, które do tej pory z sobą nie pracowały.
E. Grupy wybierane losowo.

Każdy z tych sposobów podziału ma swoje zalety i wady z punktu widzenia celów zajęć, nauczyciela, poszczególnych uczniów oraz klasy jako całości. Doświadczenie pokazuje, że warto stosować różne podziały.

Pozwala to nauczycielowi obserwować uczniów w różnych sytuacjach i lepiej – w przyszłości – dobierać składy poszczególnych grup.

Często słyszy się, że praca w grupach jest czasochłonna oraz wymaga przeorganizowania przestrzeni sali lekcyjnej.

Jednak warto pamiętać, że już dwoje uczniów w klasie to grupa – uczniowie mogą utworzyć np. grupę czteroosobową na kilka minut, przedyskutować jakieś zagadnienie, i wrócić szybko do pracy indywidualnej.

Sześć złotych zasad ułatwiających uczenie się w grupach:

1. AKTYWNIE WŁĄCZAJ UCZNIÓW W PROCES UCZENIA SIĘ.

Uczniowie chętniej wykonują, pracują na zadaniach związanych z życiem codziennym, dlatego nawiązuj do ich doświadczeń. Stawiaj im wyzwania intelektualne: rozwiązywanie krzyżówek, zagadek, uzasadnienia stanowiska. Pozwalaj im dokonywać wyborów. Możesz np. dać uczniom szansę wybrania z kilku zadań/ćwiczeń tego, które w ich opinii najlepiej zademonstruje problem. Pozwól uczniom wymyślać, proponować własne doświadczenia, ćwiczenia, zadania, które będą najlepszym przykładem do omawianych problemów lub oddadzą istotę omawianych zagadnień. Prowadź zajęcia z odpowiednią dozą humoru. A nade wszystko sam bądź mocno zaangażowany w realizację lekcji.

2. POZWÓL IM NA NAUKĘ W ICH WŁASNYM TEMPIE.
Dobrą metodą jest planowanie i przeprowadzanie wycieczek tematycznych. W ramach lekcji warto zorganizować wyjścia do piekarni, sklepu, lasu, na pocztę, boisko. Warto poszukać takich miejsc w swoich okolicach. Nauczyciel w tych obszarach powinien być tylko doradcą.

3. UPEWNIAJ SIĘ CZY UCZNIOWIE ZNAJĄ CEL ZAJĘĆ.
Planując lekcje zastanów się, jakie cele chcesz zrealizować z uczniami. Określ też, co chcesz, aby uczniowie osiągnęli. Często cel, który stawia sobie nauczyciel, może być dla ucznia niejasny.

Dlatego postaraj się tak go sformułować, aby stał się on zrozumiały dla każdego ucznia. Pod koniec zajęć wraz z uczniami sprawdź, czy cel został osiągnięty.

4. ZADBAJ O MOŻLIWOŚĆ WSPÓLNEGO UCZENIA SIĘ: UCZNIOWIE POWINNI PRACOWAĆ SAMODZIELNIE, W PARZE, W TRÓJCE, W GRUPIE:
- Nauczanie wzajemne
- Metoda kuli śniegowej
- Metoda Puzzli

5. ZAWSZE ZACZYNAJ OD OSOBISTYCH DOŚWIADCZEŃ UCZNIÓW (CO JUŻ WIEDZĄ NA TEN TEMAT?),

6. BIERZ POD UWAGĘ INDYWIDUALNE MOŻLIWOŚCI I STYLE UCZENIA SIĘ POSZCZEGÓŁNYCH UCZNIÓW NP. STOSUJĄC METODĘ „W-C-N”

WIEM	CHCĘ SIĘ NAUCZYĆ	NAUCZYŁEM SIĘ
Uczniowie wpisują wszystko, co już wiedzą na temat problemu, zagadnienia, które za chwilę będą omawiać na zajęciach	Uczniowie, w formie pytań, lub każdej innej, piszą czego chcieliby się dowiedzieć na tych zajęciach	Po skończonych zajęciach uczniowie wpisują to, czego faktycznie dowiedzieli się na tych zajęciach.

Jeżeli są pytania, które uczniowie zapisali w drugiej kolumnie tabeli i nie znaleźli na nie odpowiedzi w trakcie trwania zajęć, może być to ich praca w domu

8. Strategie rozwiązywania zadań zamkniętych

Egzaminy zewnętrzne wprowadziły do praktyki szkolnej zadania zamknięte. Czy wiemy, jak uczniowie je rozwiązują? Warto – podobnie jak w przypadku zadań tekstowych – pokazać im różne strategie rozwiązywania tego typu zagadnień (Por. Dąbrowski, Dubiecka, Fryska, 2003):

- otwieranie – uczeń postępuje tak, jak przy rozwiązywaniu zadania otwartego, a następnie porównuje otrzymany wynik z kolejnymi możliwymi odpowiedziami; metoda ta może być użyta do rozwiązywania każdego zadania zamkniętego, jakkolwiek jest ona czasochłonna,
- rozpoznawanie – uczeń bada kolejno, która z podanych odpowiedzi spełnia wszystkie warunki zadania; jest to strategia wymagająca szczególnie starannego przeczytania i zrozumienia zadania; zazwyczaj jest mniej czasochłonna od metody otwierania,
- eliminacje i preferencje – uczeń rozpoznaje odpowiedzi nieprawdziwe i kolejno je odrzuca; eliminowanie może być całkowite, wtedy pozostaje jedna poprawna odpowiedź, lub częściowe – uczeń odrzuca niektóre z odpowiedzi, a z pozostałych próbuje wybierać tę, która wydaje mu się najbardziej prawdopodobna.

Popatrzmy na kilka przykładów.

Zadanie 1.

Liczba o 19 mniejsza od -16 to:

A. 35
B. 3
C. -3
D. -35

Otwierając to zadanie, uczeń musi po prostu wykonać odejmowanie:
-16 - 19 = -35.

Oczywiście jeśli zamiast odejmowania doda liczby, to otrzyma w wyniku liczbę 3 i wówczas wskaże złą odpowiedź. Stosując metodę rozpoznawania, uczeń po kolei sprawdza każdą liczbę, wnioskując, czy spełnia ona warunki zadania. W tym ćwiczeniu uczeń może od razu wyeliminować liczby dodatnie. Z dwóch ujemnych może odrzucić -3, bo jest większa od -16.

Podobnie można szybko rozwiązać zadania:

Zadanie 2.

Aby iloczyn $1\frac{7}{11} \cdot \square$ był równy 1, w miejsce kwadratu należy wstawić:

A. $\frac{11}{7}$

B. $-1\frac{11}{7}$

C. $\frac{11}{18}$

D. $-\frac{11}{18}$

Zadanie 3.

Jaką liczbę należy wstawić w miejsce kwadratu, aby nierówność $\square < 6,108$ była prawdziwa?
A. 6,1075
B. 6,11
C. 6,20
D. 6,109

Zadanie 4.

Liczba dwadzieścia jeden całych i siedemdziesiąt dwie setne zapisana cyframi to:
A. 21,072
B. 12,72
C. 2,172
D. 21,72

Odpowiedzi B. i C. uczeń może wyeliminować od razu, bo liczba całości jest inna niż 21. Pozostają do rozważenia odpowiedzi A. i D. W odpowiedzi A. występują części tysięczne, więc też można ją odrzucić. Pozostaje odpowiedź D. jako prawidłowa.

Zadanie 5.

Suma ułamków $\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{7}$ jest równa:

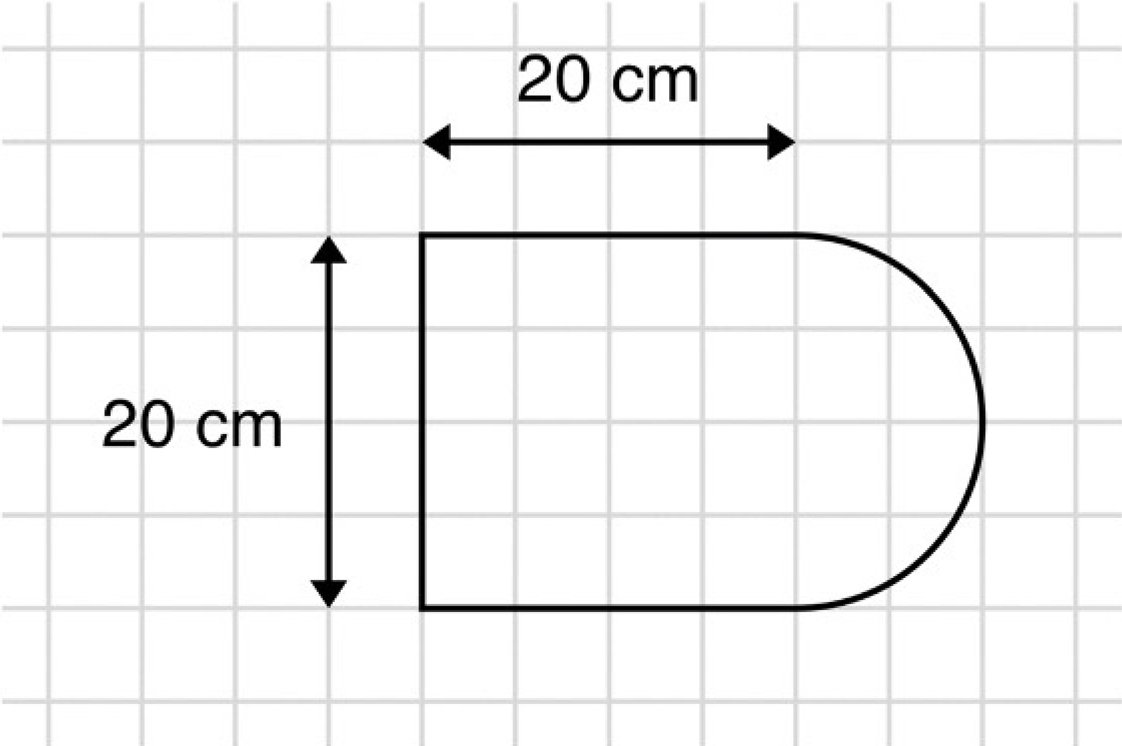
A. $\frac{8}{11}$

B. $\frac{8}{28}$

C. $\frac{15}{11}$

D. $\frac{41}{28}$

Zadanie 6.



Powierzchnia tej deski (w cm²) jest równa

A. $400 + 50\pi$

B. $40 + 50\pi$

C. $400 + 100\pi$

D. $40 + 100\pi$

Otwierając zadanie, obliczamy pole figury na rysunku jako sumę pola kwadratu o boku 20 cm i pole półkola o promieniu 10 cm: $P = 20 \cdot 20 + \frac{1}{2}\pi \cdot 10^2 = 400 + 50\pi$ cm².

Zadanie 7.

Cena płyty kompaktowej po 30% obniżce wynosi 49 zł. Cena tej płyty przed obniżką była równa
A. 14,70 zł
B. 34,30 zł
C. 63,70 zł
D. 70zł

Rozwiązanie tego zadania przez otwarcie sprowadza się do działania 49/0,70 = 70 (70% jakiej liczby jest równe 49?), które jednak dla ucznia w wieku gimnazjalnym nie jest oczywiste – łatwiejsze jest proste obliczanie procentu z danej liczby. W przypadku tego zadania dwa pierwsze dystraktory są od razu do odrzucenia, bo cena po obniżce nie może być przecież większa niż cena przed obniżką. Zatem wystarczy sprawdzić, której z liczb – C. lub D. – 70% jest równe 49, wtedy odpowiedź D. jest oczywista i łatwa rachunkowo (0,7 · 70 = 49).

9. Strategie rozwiązywania zadań tekstowych

Zadanie 1.

W zagrodzie były kury i króliki. Razem było 20 głów i 68 nóg. Ile było kur, a ile królików? To zadanie większość dorosłych rozwiązałaby przy pomocy układu równań. Jednak można zrobić to inaczej. Poniżej przedstawione są trzy sposoby: prób i poprawek, rysunek i tabelka.

- **Strategia prób i poprawek**

Wszystkich zwierząt jest 20.		
To może królików jest 10?	10 królików to:	10 x 4 = 40 nóg
	Kur też byłoby 10:	10 x 2 = 20 nóg
	Razem byłoby	40 + 20 = 60 nóg

Nóg miało być 68, czyli jest za mało. Pierwszy strzał i pudło. Ale co to oznacza? Co wynika z tego, że gdy królików jest 10, to nóg łącznie jest za mało? Czy królików powinno być mniej czy więcej niż 10?

Więcej, bo to one „dodają" nóg.		
Pora na poprawkę! To może 12?	12 królików to:	12 x 4 = 48 nóg
	8 kur to:	8 x 2 = 16 nóg
	Razem byłoby	48 + 16 = 64 nogi

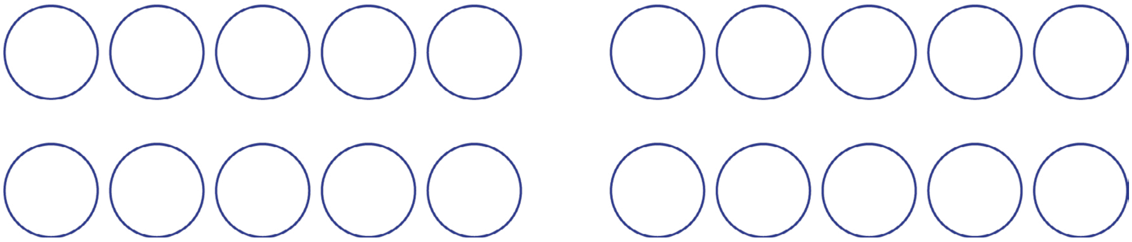
Znacznie lepiej!

Widać już, że królików było 14.	14 królików to:	14 x 4 = 56 nóg
Ale sprawdźmy na wszelki wypadek:	6 kur to:	6 x 2 = 12 nóg
	Razem byłoby	56 + 12 = 68 nóg!

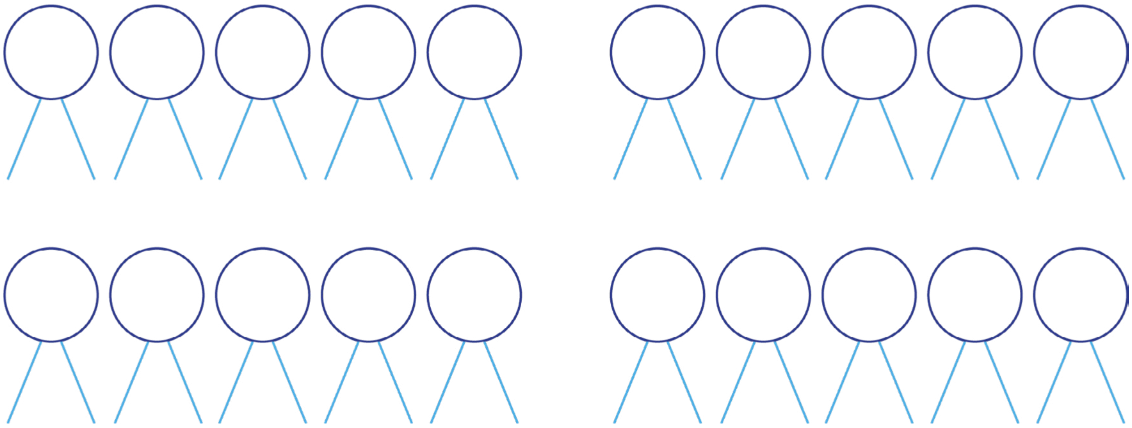
Zrobione!

- **Dobry rysunek**

Było 20 głów, narysujmy je:



Do każdej głowy „doczepiamy” dwie nogi:



Zadanie narysowane. Teraz wystarczy policzyć: 14 królików i 6 kur.

Warto sprawdzić, czy czego nie pominęliśmy: 14 x 4 + 6 x 2 = 56 + 12 = 68.

• Zrób tabelkę

Użycie tabeli jako sposobu rozwiązywania zadań pozwala na szukanie związku między danymi i niewiadomymi. Warto zacząć od metody prób i poprawek. Załóżmy, że było tyle samo królików i kur.

Liczba królików	Liczba nóg królików	Liczba kur	Liczba nóg kur	Łączna liczba głów królików i kur	Łączna liczba nóg królików i kur
10	40	10	20	20	60

60 nóg to za mało. Zwiększajmy zatem stopniowo liczbę królików.

Liczba królików	Liczba nóg królików	Liczba kur	Liczba nóg kur	Łączna liczba głów królików i kur	Łączna liczba nóg królików i kur
10	40	10	20	20	60
11	44	9	18	20	52
12	48	8	16	20	54
13	52	7	14	20	56
14	56	6	12	20	58

Najtrudniejszą czynnością tej metody było zbudowanie tabelki. Rozwiązanie przyniosło wykorzystanie prostych zależności.

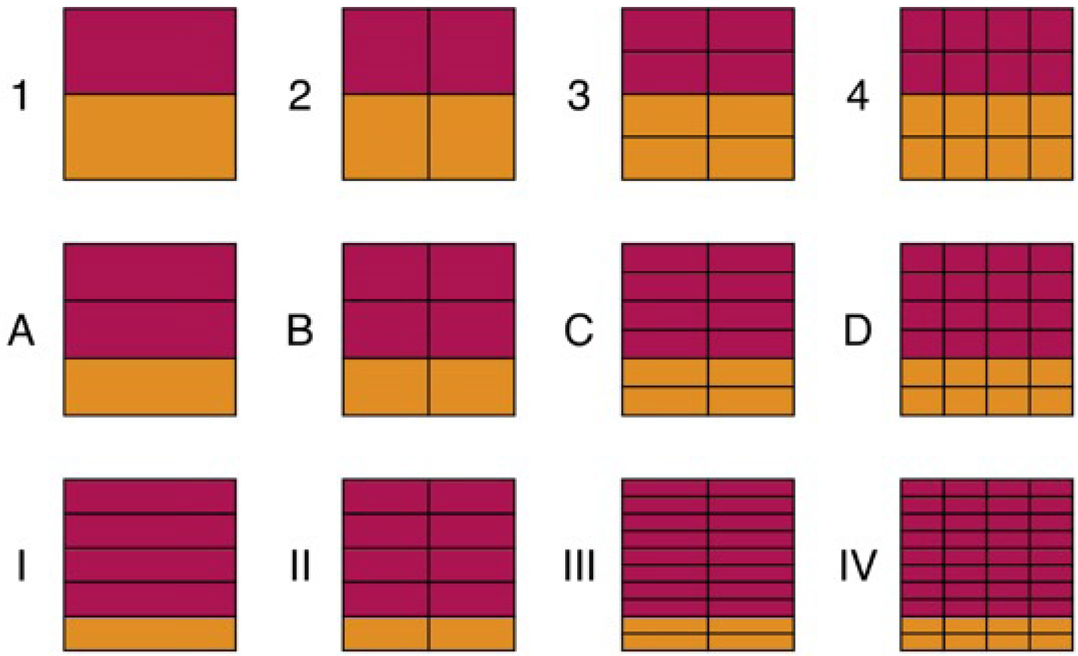
Opisane powyżej strategie rozwiązywania zadań tekstowych pozwalają na ich solucje bez znajomości równań czy układów równań. Powodują, że stosunkowo złożone zagadnienia stają zrozumiałe i dość łatwe dla uczniów w różnym wieku – oczywiście pod warunkiem, że nie narzucamy im jedynej słusznej metody rozwiązania.

10. Ćwiczenia praktyczne. Konkretne przykłady sytuacji pozwalającej na odkrywanie pojęć matematycznych oraz wykorzystywanie różnych strategii do rozwiązywania zadań.

Przykład 1. Porównywanie ułamków zwykłych

Uczniowie mogą odkryć ułamki równe oraz sprawnie porównywać ułamki zwykłe, zaczynając od posługiwania się odpowiednio podzielonymi kwadratami (jak na rysunku poniżej), prostokątami lub kołami.

Początkowo najlepiej byłoby, gdyby uczniowie mieli wycięte figury i mogli je na siebie nakładać, następnie można przejść do rysunków, a na końcu do zapisu symbolicznego.

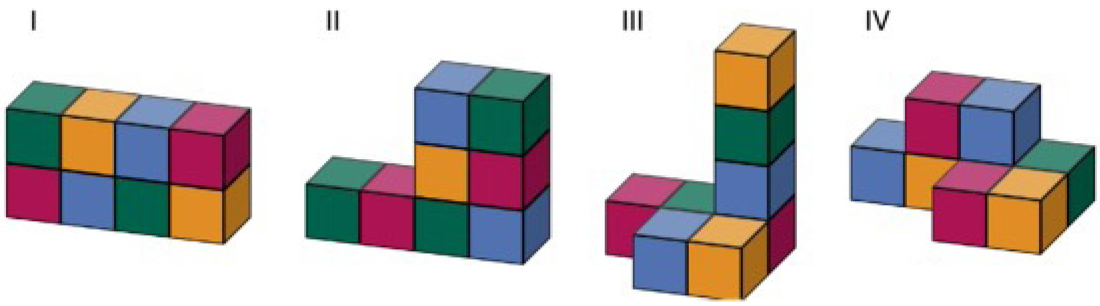


Doświadczenie pokazuje, że uczniowie dokonują największej liczby odkryć, gdy zaczynają od nakładania na siebie części figur i ich porównywania. Mogą w ten sposób stosunkowo szybko porównywać, dodawać i odejmować ułamki.

Przykład 2. Objętość prostopadłościanu

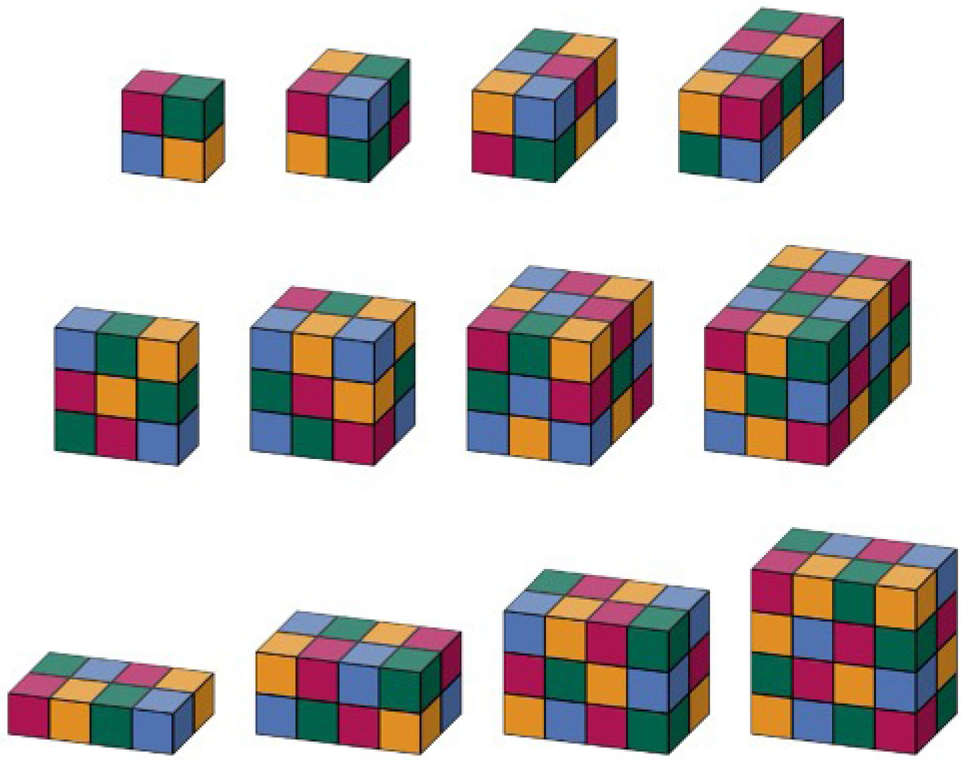
Podobną drogę – od konkretu przez rysunek do symbolu (wzoru) – uczniowie mogą przejść w przypadku poszukiwania sposobu obliczania objętości prostopadłościanu.

Warto zacząć od zabawy klockami, zachęcać uczniów do budowania różnych brył z podanej liczby klocków



Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój
Rzeczpospolita Polska
Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Następnie należy przejść do rysunków, pytając uczniów, z ilu klocków zbudowane są narysowane bryły.



Na koniec warto poprosić uczniów o podanie sposobu szybkiego liczenia objętości i wspólnie podsumować działanie, formułując wzór na obliczanie objętości prostopadłościanu.

Przykład 3. Strategie odejmowania pamięciowego

Poniżej przedstawione są różne sposoby odejmowania. Na czym polega każdy z nich?

84 - 57

A	B	C	D	E
57 + 3 = 60	14 - 7 = 7	84 - 50 = 34	84 - 54 = 30	80 - 53 = 27
60 + 20 = 80	70 - 50 = 20	34 - 7 = 27	30 - 3 = 27	
80 + 4 = 84	7 + 20 = 27			
3 + 20 + 4 = 27				

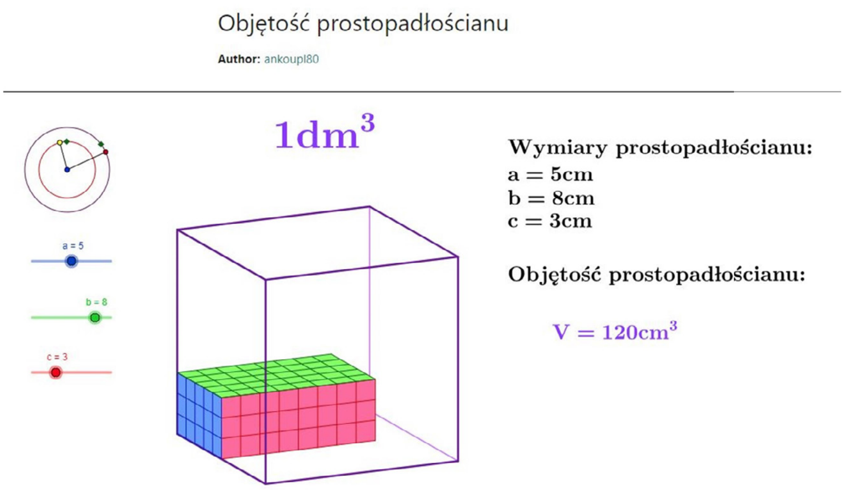
Ogólnopolski Operator Oświaty
Galileo

Powyższe zadanie może być adresowane do uczniów w różnym wieku, począwszy od tych z klasy III. Analizując strategie i rozmawiając o nich z rówieśnikami, uczeń lepiej zrozumie działanie odejmowania oraz to, że do rozwiązania można dojść różnymi drogami. Warto podkreślić, że ważna jest nie sama znajomość strategii rachowania w pamięci, ale przede wszystkim umiejętność podejmowania decyzji o wyborze strategii w konkretnej sytuacji (Por. Chodnicki, Dąbrowski, 2012 i Dąbrowski, 2008).

Nauczyciele często mówią, że uczniowie nie potrafią rozwiązywać zadań tekstowych, co jest przecież bardzo ważną umiejętnością. Im wcześniej dziecko nauczy się ich czytania, rozumienia i rozwikływania, tym więcej strategii działania z nimi pozna i tym chętniej będzie je rozwiązywać. Warto przekonać rodziców, by „pomagając" rozwiązywać w domu zadania tekstowe, nie stosowali zbytnich formalizmów, by pozwalali dzieciom na stosowanie różnych sposobów rozwiązywania, np. metodą prób i poprawek, rysunkiem, tabelką.

Wykorzystanie nowych technologii w nauczaniu i uczeniu się na lekcji matematyki w szkole podstawowej.

Temat lekcji: **Objętość prostopadłościanu**
Interaktywna strona internetowa:
Link do zasobu: https://www.geogebra.org/m/KMGu7tfK

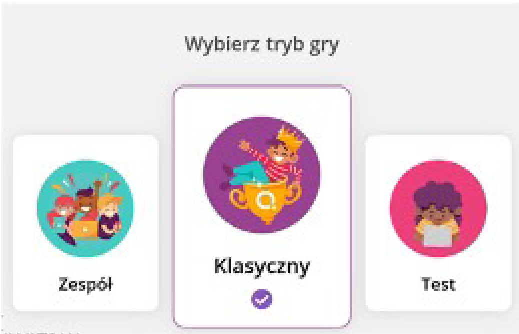


Wykorzystując zasoby z GEOGEBRY uczniowie mogą obejrzeć modele przestrzenne różnych prostopadłościanów oraz zaobserwować zmiany ich objętości w zależności od danych.

Do podsumowania wiadomości i umiejętności z tego tematu i jednocześnie wykazania się kreatywnością można przeprowadzić test na platformie **Quizziz.com**. Uczniowie mają możliwość wybierania odpowiedzi na pytania korzystając z przeglądarki internetowej lub aplikacji dostępnej na innych urządzeniach mobilnych. Wskazany jest również zalecany czas przeznaczony na wykonanie danego zadania.

Interaktywna strona internetowa:
Link do zasobu: https://quizizz.com/admin/quiz/5addf9dadeb242001a611ff4

Podsumowanie lekcji może odbyć się również z wykorzystaniem **Gry na żywo**
https://quizizz.com/admin/quiz/start_new/5addf9dadeb242001a611ff4



Mamy tutaj do wyboru 3 typy gry:

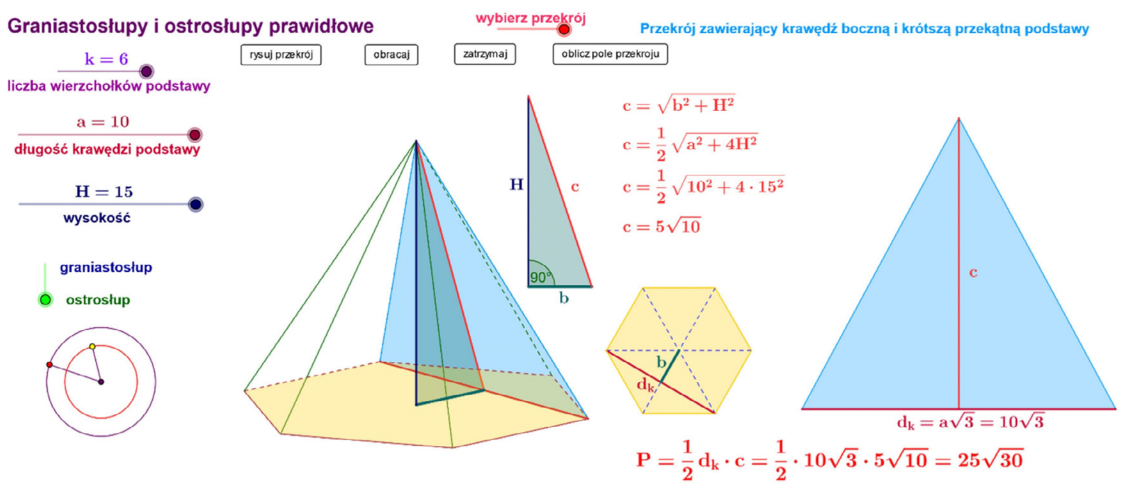
Klasyczny - Uczniowie odpowiadają we własnym tempie, rywalizują indywidualnie i świetnie się przy tym bawią.

Zespołowy - Uczniowie odpowiadają we własnym tempie, ale wyniki grupowane są według zespołu

Test - Tryb uproszczony, który idealnie nadaje się do prowadzenia poważnych sprawdzianów.

Opracowała: Bogusława Stuczyńska

Temat lekcji: **Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów**
Link do zasobu: https://www.geogebra.org/m/YmTSuDvF



Główną zaletą korzystania z tego programu jest możliwość samodzielnego przygotowywania – rysowania wielu przekrojów ostrosłupów i graniastosłupów. Można decydować o wielkości figury określając długości odcinków.

Wykorzystując zasoby z GEOGEBRY uczniowie mogą wybierać bryły w zależności od liczby wierzchołków w podstawie i rodzaje przekrojów używając specjalnych suwaków. Mogą rysować przekroje, oglądać je w 3D, obracać bryły z narysowanymi przekrojami, zatrzymywać w danym momencie. W zadaniach często chcemy wyliczyć pole przekroju. Korzystanie z tego programu pozwala nam wysunąć przekrój na zewnątrz figury.

Możemy go dokładnie obejrzeć i łatwiej skupić się na obliczeniach.

Przyciski i ich funkcje:
- rysuj przekrój - powstanie przekroju i pomocnicze wysunięcie go na zewnątrz bryły
- obracaj - wprawienie w ruch bryły i możliwość przesuwania rysunków pomocniczych (+ ręczne obracanie bryły)
- zatrzymaj - zatrzymanie bryły i możliwość przesuwania rysunków pomocniczych (+ ręczne obracanie bryły)
- oblicz pole przekroju - obliczenia i wysunięcie figury pomocniczej na zewnątrz bryły (+ ręczne obracanie bryły)

W celu przypomnienia niezbędnych wiadomości potrzebnych do realizacji tego tematu zachęcam do przeprowadzenia testu na platformie **Quizziz.com**. Uczniowie mają możliwość wybierania odpowiedzi na pytania korzystając z przeglądarki internetowej.

11. Jak w teorii edukacji spostrzegana jest nowa rola nauczyciela?

Zadania stojące przed współczesnym nauczycielem:

- **stwarzać warunki sprzyjające uczeniu się; motywować ucznia do pracy, ułatwiać mu uczenie się,**
- **uczyć to znaczy organizować przestrzeń edukacyjną aktywności dla uczniów,**
- **nauczyciel schodzi na drugi plan, jest tylko trenerem – uczenie się pod okiem trenera, przewodnika, doradcy językowego musimy realizować nowatorskie rozwiązania edukacyjne mimo obaw i trudności.**

Nauczanie zaczyna się tam, gdzie znajduje się uczeń ze swoją wiedzą o świecie

12. Propozycje działań związanych z konstruktywistycznym podejściem do edukacji matematycznej w szkole.

Konstruktywistyczne podejście do procesu nauczania – uczenia się:

1. Akceptacja wiedzy osobistej ucznia:

- wyprzedzanie prezentacji wiedzy publicznej przez aktywizację wiedzy osobistej uczniów (**„powiedz pierwszy, co o tym myślisz”**),
- tworzenie okazji do dzielenia się przez uczniów swoimi doświadczeniami dotyczącymi tak świata społecznego, jak przyrodniczego (**„opowiedz o tym, co wiesz/myślisz na ten temat”**),
- respektowanie umiejętności ucznia nabytych poza szkołą (**„wykorzystuj to, co już umiesz”**).

2.Eksploracja wiedzy osobistej ucznia:

- czynienie z tych doświadczeń przedmiotu rozbudowanego namysłu w klasie („**przemyśl to na nowy sposób”**),
- odnoszenie czynności podejmowanych w klasie do sytuacji pozaszkolnych (**„badaj swój własny świat pozaszkolny”**).

3. Nabywanie nowych znaczeń osobistych w szkole:

- stymulowanie myślenia hipotetycznego (**„działaj na próbę”**),
- zgoda na popełnianie błędów (**„nie błądzi tylko ten, kto nie szuka”**),
- zaufanie do kompetencji ucznia, przejawiające się m.in. w pozostawianiu choćby części jego pracy poza bezpośrednią kontrolą i kierowaniem przez nauczyciela, np. indywidualne notatki, praca w małych zespołach (**„radź sobie tak, jak potrafisz”**).

Zaangażowanie i aktywność ucznia są kluczowymi założeniami w planowaniu i realizacji zajęć szkolnych.

Uczeń powinien być świadomy swojego procesu uczenia się, być odpowiedzialny za to, co robi, umieć uczyć się i rozumieć swój wkład w kształtowanie własnego sukcesu w szkole.

13. Czynniki wpływające na osiągnięcia uczniów i ich efektywność wg Hattiego.

Interwencja	Średni rozmiar efektu
Samoocena (ambicje)	1,44
Ewaluacja formatywna nauczania	0,90
Informacja zwrotna	0,73
Relacje nauczyciel-uczeń	0,72
Nauczanie w oparciu o rozwiązywanie problemów	0,61
Cele będące wyzwaniem	0,56
Wpływ rówieśników	0,53
Zaangażowanie rodziców	0,51
Uczenie się w małych grupach	0,49
Motywacja	0,48
Zadawanie pytań	0,46
Praca domowa	0,29
Indywidualizacja nauczania	0,23
Liczebność klasy	0,21

Planując pracę szkoły ćwiczeń warto pamiętać o wynikach badań Hattiego i – od czasu do czasu – porównać podejmowane działania z powyższą tabelą, zadając sobie pytania o ich efektywność.

Fundusze Europejskie Wiedza Edukacja Rozwój
Rzeczpospolita Polska
Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

14. Bibliografia

Agnieszka Pfeiffer „Konstruktywizm i metody aktywizujące w edukacji matematycznej dzieci starszych i młodzieży”

https://www.geogebra.org/m/KMGu7tfK

Dąbrowski M., (2008), Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów, Warszawa: Centrum Edukacji Obywatelskiej.

Praca zbiorowa pod redakcją naukową Stanisława Dylaka [online] (2011) „Metodyka kształcenia strategią wyprzedzającą”,

Dylak S., (2013), Architektura wiedzy w szkole, Warszawa: Difin.

Hattie J., (2015), Widoczne uczenie się dla nauczycieli. Jak maksymalizować siłę oddziaływania na uczenie się. Biblioteka Szkoły Uczącej Się, Warszawa: Centrum Edukacji Obywatelskiej.

Jagodzińska E., (b.r.), Rola gier i zabaw w procesie nauczania edukacji matematycznej [online].

Kawałek A., Młynarska M., Napiórkowska G., Podolak M., Śnieżek W., (b.r.), Nowoczesne metody nauczania – uczenia matematyki i przedmiotów pokrewnych [online].

Klus-Stańska D., (2002), Konstruowanie wiedzy w szkole, Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.

Klus-Stańska D., Kalinowska A., (2005), Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.

Klus-Stańska D., Szymański M. J., Szymański M. S., (2003), Renesans (?) nauczania całościowego. Współczesna dydaktyka wobec nauczania zintegrowanego, blokowego i przedmiotowego, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.

Kwiecień D., (2016), Efektywne metody nauczania matematyki dla uczniów gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych z wykorzystaniem TIK [online], Warszawa: ORE.

Michalak R., Misiorna E., (2003), Nauczyciel i uczeń w zmieniającej się szkole.

M. J. Szymański, M. S. Szymański, „Renesans nauczania całościowego. Współczesna dydaktyka wobec nauczania zintegrowanego, blokowego i przedmiotowego”, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.

Ogólnopolski Operator Oświaty

Galileo

Szlosek F., (1999), Gry dydaktyczne, Warszawa: Wydawnictwo Centralnego Ośrodka Doskonalenia Nauczycieli.

Wiatrak E. (2013), Pozwólmy dzieciom uczyć się, Warszawa: IBE.