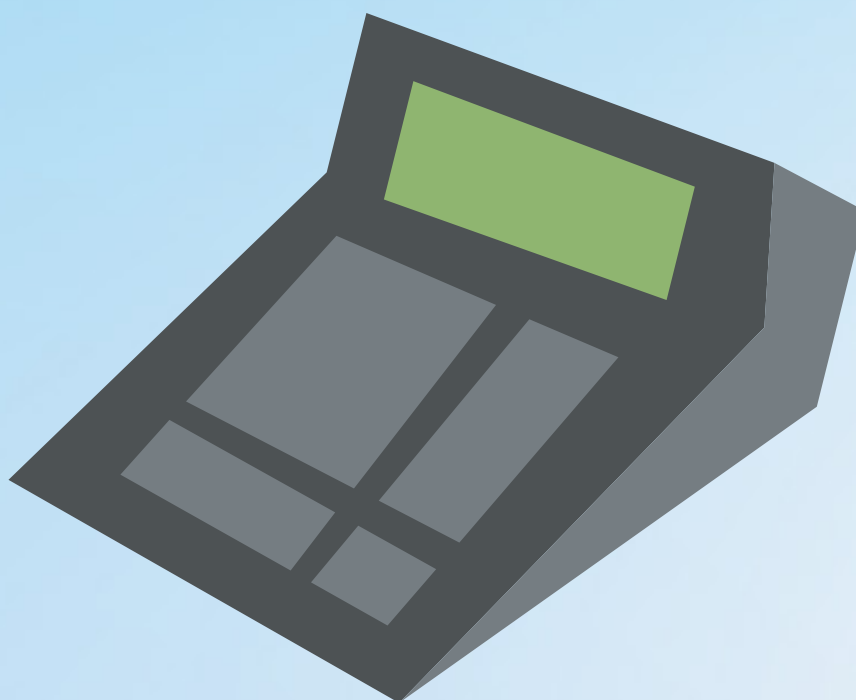




# **Metody i formy pracy dydaktycznej w obszarze edukacji matematycznej w klasach I–III**

Opracowanie: Jolanta Kolibowska





# Spis treści

1. Kompetencje kluczowe i kompetencje matematyczne
2. Kształtowanie kompetencji matematycznych
3. Diagnoza poziom myślenia matematycznego dziecka a jego sukces edukacyjny w klasie III
4. Wybrane metody i formy realizacji celów edukacji matematycznej w klasach I-III
5. Wykorzystanie TIK w kształtowaniu kompetencji matematycznych dzieci w młodszym wieku szkolnym
6. Literatura

## Program

1. Kompetencje matematyczne dziecka w młodszym wieku szkolnym a kompetencje kluczowe.
2. Diagnoza poziom myślenia matematycznego dziecka a jego sukces edukacyjny w klasie III.
3. Metody formy realizacji celów edukacji matematycznej w klasach I-III.
4. Wykorzystanie TIK w kształtowaniu kompetencji matematycznych dziecka w młodszym wieku szkolnym.

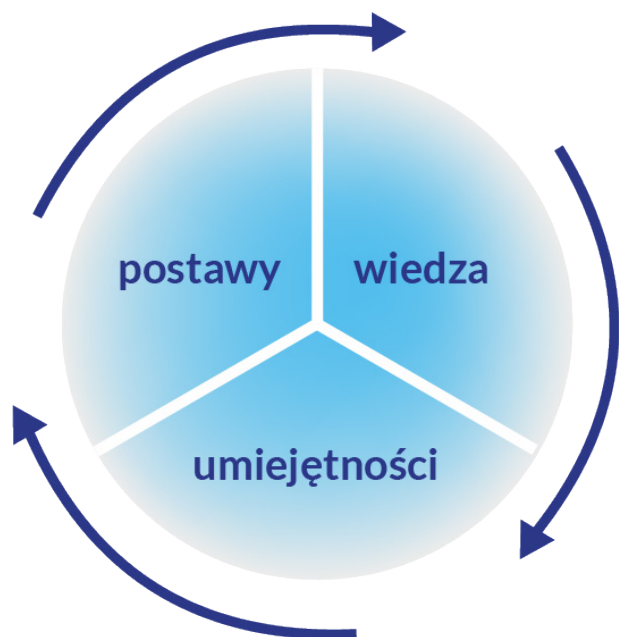
# 1. Kompetencje kluczowe i kompetencje matematyczne

## Kompetencje kluczowe

**Definicja uczenia się w Zaleceniach Parlamentu Europejskiego i Rady nr 2006/962/WE w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dz.U. L 394 z 30.12.2006).**

„Zdolność konsekwentnego i wytrwałego uczenia się, organizowania własnego procesu uczenia się, w tym poprzez efektywne zarządzanie czasem i informacjami, zarówno indywidualnie, jak i w grupach. Kompetencja ta obejmuje świadomość własnego procesu uczenia się i potrzeb w tym zakresie, identyfikowanie dostępnych możliwości oraz zdolność pokonywania przeszkód w celu osiągnięcia powodzenia w uczeniu się. Kompetencja ta oznacza nabywanie, przetwarzanie i przyswajanie nowej wiedzy i umiejętności, a także poszukiwanie i korzystanie ze wskazówek. Umiejętność uczenia się pozwala osobom nabyć umiejętność korzystania z wcześniejszych doświadczeń w uczeniu się i ogólnych doświadczeń życiowych w celu wykorzystywania i stosowania wiedzy i umiejętności w różnorodnych kontekstach – w domu, w pracy, a także w edukacji i szkoleniu. (...) Kluczowymi czynnikami w rozwinięciu tej kompetencji u danej osoby są motywacja i wiara we własne możliwości”.

**Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady nr 2006/962/WE w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dz.U. L 394 z 30.12.2006).**



- 1) porozumiewanie się w języku ojczystym,
- 2) porozumiewanie się w językach obcych,
- 3) kompetencje matematyczne i podstawowe kompetencje naukowo-techniczne,
- 4) kompetencje informatyczne,
- 5) umiejętność uczenia się,
- 6) kompetencje społeczne i obywatelskie,
- 7) kreatywność i przedsiębiorczość,
- 8) świadomość i ekspresja kulturalna.

**Na każdą z kompetencji kluczowych składają się trzy cechy konstytutywne:  
wiedza, umiejętności i postawy.**

Wiedza	Umiejętności	Postawy
Na wiedzę składają się fakty i liczby, pojęcia, idee i teorie, które są już ugruntowane i pomagają zrozumieć określoną dziedzinę lub zagadnienie.	Umiejętności definiuje się jako zdolność i możliwość realizacji procesów i korzystania z istniejącej wiedzy do osiągnięcia wyników.	Postawy opisują gotowość i skłonność do działania lub reagowania na idee, osoby sytuacje.

Kompetencje kluczowe to te kompetencje, których wszyscy potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, zatrudnienia, włączenia społecznego, zrównoważonego stylu życia, udanego życia w pokojowych społeczeństwach, kierowania życiem w sposób prozdrowotny i aktywnego obywatelstwa. Rozwijają się w perspektywie uczenia się przez całe życie, począwszy od wczesnego dzieciństwa przez całe dorosłe życie, za pomocą uczenia się formalnego, pozaformalnego i nieformalnego, we wszystkich kontekstach, w tym w rodzinie, szkole, miejscu pracy, sąsiedztwie i innych społecznościach.

## Kompetencje matematyczne

**Definicja kompetencji matematycznych w Zaleceniach Rady Europy w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dz.U.UE.C.2018.189.1)**

„Kompetencje matematyczne to zdolność rozwijania i wykorzystywania myślenia i postrzegania matematycznego do rozwiązywania problemów w codziennych sytuacjach. Istotne są zarówno proces i działanie, jak i wiedza, przy czym podstawę stanowi należyte opanowanie umiejętności rozumowania matematycznego. Kompetencje matematyczne obejmują - w różnym stopniu - zdolność i chęć wykorzystywania matematycznych sposobów myślenia oraz prezentacji (wzory, modele, konstrukty, wykresy, tabele)”

### Niezbędna wiedza, umiejętności i postawy powiązane z kompetencjami matematycznymi

Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje:

- solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, podstawowych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może odpowiedzieć.
- posiadanie umiejętności stosowania podstawowych zasad i procesów matematycznych w codziennych kontekstach prywatnych i zawodowych (np. umiejętności finansowe), a także śledzenia

i oceniania ciągów argumentów.

- zdolność rozumowania w sposób matematyczny, rozumienia dowodu matematycznego i komunikowania się językiem matematycznym oraz korzystania z odpowiednich pomocy, w tym danych statystycznych i wykresów, a także rozumienia matematycznych aspektów cyfryzacji.

Pozytywna postawa w matematyce opiera się na szacunku dla prawdy oraz na chęci szukania argumentów i oceniania ich zasadności.

## Kompetencje matematyczne w prawie oświatowym

ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, (...).(D.U. poz. 356) zawiera kompetencje matematyczne jakie powinno posiadać dziecko przedszkolne i uczeń w szkole na koniec każdego z etapów edukacyjnych. Dokument określa również warunki i sposób realizacji celów edukacji.

## 2. Kształtowanie kompetencji matematycznych

### Poziomą zdolność rozumowania w sposób matematyczny i myślenie

Logiczne myślenie, inaczej rozumowanie, to zdolność do integrowania informacji. Jest to umiejętność, dzięki której możemy zrozumieć sens wypowiedzi, rozumiemy czytane książki, potrafimy odnieść nowości do wcześniejszych wydarzeń.

Rozumowanie to także umiejętność do logicznego wnioskowania (tzw. wnioskowanie dedukcyjne). Polega ono na tym, że na podstawie przedstawionych przesłanek potrafimy wywnioskować prawdziwe stwierdzenia. Rozumowanie sprawia, że jesteśmy w stanie przekraczać granice miejsca, czasu i rzeczywistości w ogóle, i to w ciągu ułamka sekundy. Marzymy o zaspokojeniu jakiejś potrzeby i wpadamy na pomysły, które okazują się genialnymi wynalazkami czy rozwiązaniami. To logiczne myślenie umożliwia nam korzystanie z posiadanych zasobów i zdobywanie tych brakujących w celu rozwiązywania wszelkiego rodzaju problemów.

Logiczne myślenie zaczyna się od faktu zwanego przesłanką, kończy zaś wnioskiem. Ważne jest jednak to, co nasz mózg robi pomiędzy nimi, na kolejnych etapach, z których każdy powinien być racjonalnie uzasadniany i prawdziwy, podobnie jak przesłanka<sup>1</sup>. Jeśli tak jest, dojdziemy do prawidłowego wniosku. Nie jest to jednak takie proste, jak się wydaje i łatwo popełnić błąd, zwłaszcza w złożonych

<sup>1</sup> Tomic, W., Klauer, K. (1996). On the effects of training inductive reasoning: How far does it transfer and how long do the effects persist? European Journal of Psychology of Education, 11(3), 283-299.

problemach, których tak naprawdę jest najwięcej w codziennym życiu, nawet tym prywatnym, a coś dopiero zawodowym. Porównajmy dwa przykłady rozumowania: 1) wszystkie róże są kwiatami, wszystkie kwiaty są roślinami, więc wszystkie róże są roślinami; 2) wszystkie róże są kwiatami, wszystkie tulipany są kwiatami, więc tulipan jest różą.

Drugie wnioskowanie, choć z pozoru wygląda logicznie, wcale takie nie jest? Niestety, w życiu codziennym, nie zawsze jesteśmy w stanie w tak prosty sposób stwierdzić, co jest błędne, a co słuszne, zwłaszcza jako słuchacze laicy. Nierzadko problemem są już same przesłanki, które tak naprawdę rzadko bywają oczywiste i podane na tacy.

Logiczne myślenie pozwala:

- lepiej radzić sobie z nauką, nie tylko przedmiotów ścisłych, gdzie logiczne myślenie to podstawa, ale także humanistycznych czy przyrodniczych, w których łączenie faktów i wiedzy z różnych dziedzin stanowi klucz do sukcesu;
- efektywniej pracować;
- unikać porażek i pretensji do siebie o błędne decyzje;
- planować cele, nawet te odległe i osiągać je;
- radzić sobie z wpływem emocji, które często utrudniają lub wręcz uniemożliwiają podejmowanie ważnych życiowych decyzji;
- zyskać intelektualną niezależność;
- trafnie odróżniać przyczyny od skutków;
- przestać bać się odpowiedzialności za swoje działania;
- reagować na nowe sytuacje, kryzysy i problemy ze spokojem i rozważą zamiast popadać w panikę;
- zachować trzeźwość i świeżość umysłu;
- zaufać sobie niezależnie od okoliczności;
- zdawać sobie sprawę z możliwości popełniania błędów przez siebie i innych i zaakceptować ten fakt;
- świadomie wybierać.

Za pomocą myślenia, nasz mózg potrafi dokonywać niewyobrażalnych rzeczy, z których często nie zdajemy sobie sprawy, gdyż wydają się nam powszednie. To dzięki logicznemu myśleniu jesteśmy w stanie wybierać, podejmować decyzje, odróżniać to, co prawidłowe, od tego, co chybione, zamieniając tym samym panujący na świecie chaos w uporządkowane życie. Jednak podobnie jak inne umysłowe operacje, umiejętność logicznego myślenia jest czymś, o co trzeba się postarać. Wrodzony talent czy inteligencja nie wystarczą, zwłaszcza, że na skuteczne, efektywne rozumowanie ogromny wpływ ma doświadczenie i – analogicznie jak w przypadku każdej ludzkiej umiejętności – treningi.

## **Charakterystyczne cechy procesów myślowych**

(wg. prof. dr hab. Zbigniewa Semadeniego)

Myślenie w odróżnieniu od innych procesów poznawczych, jest procesem poznawania pośredniego.

W odróżnieniu do czynności bezpośrednio wykonywanych na przedmiotach, czynności myślowe nie muszą się uzewnętrzniać.

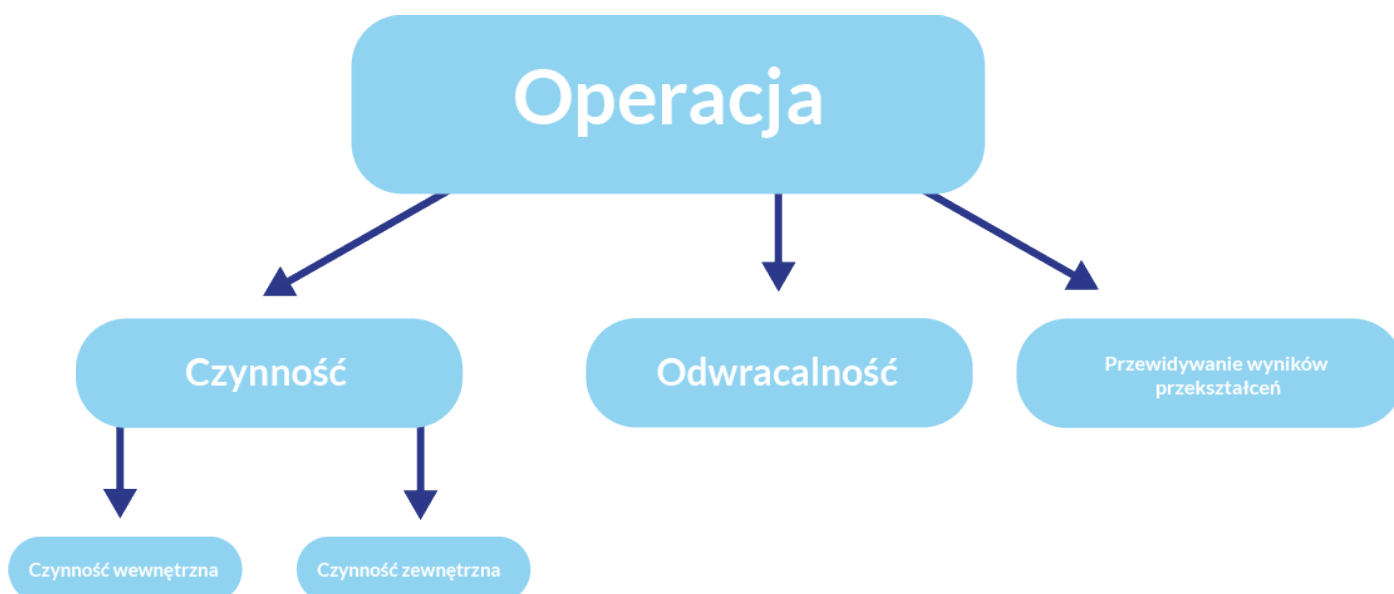
Dzięki myśleniu możemy przewidywać efekty działań, opierając się na wcześniejszych doświadczeniach i standardach. Np.: jesteśmy w stanie dokonać w myśli czynności przeciwstawnych, odwrotnych: podzielić obiekt na części i potem złożyć go w całość. Dzięki takiej odwrotności można porównać te same przedmioty uwzględniając coraz to różne ich cechy.

**J. Piaget wykazał, że zdolność do wykonywania czynności odwrotnych w myśli, czy operacji rozwija się stopniowo.**

Myślenie przedoperacyjne	Od 3-4 lat	Manipulowanie na przedmiotach	<b>SENSORYCZNE</b>	Dziecko uczy się różnych cech rzeczywistości (kolory, kształty, rozmiary) przy pomocy standardów czuciowych.
	Od 4-5 lat		<b>WZROKOWO-PRZESTRZENNE</b>	Dziecko uczy się postrzegać strukturę przedmiotów i związki pomiędzy przedmiotami przy pomocy modeli wizualnych (mapy, schematy, plany).
Operacje konkretne	Od 5-8 lat		<b>LOGICZNE</b> Związane bardzo ściśle z działaniem na przedmiotach (manipulacjami) oraz ze spostrzeganiem	Dziecko uczy się postrzegać niewidoczne cechy przedmiotów i klasyfikować różne przedmioty przy pomocy pojęć i logicznych relacji między przedmiotami.
Operacje formalne	Od 11-12 lat	Zależności ujmowane są na podstawie sądów, wyprowadzanie wniosków ogólnych następuje bez konieczności odwoływania się do konkretów.	Rozumienie dedukcyjne, wysuwane są hipotezy, których prawdziwość sprawdzana jest przez zestawienie przesłanek	



Definicja operacji wg. Piageta - Operacja „jest to czynność umysłowa wewnętrzna, umożliwiająca łączenie przeciwstawnych czynności w jedną całość”.



### 1 Człon definicji operacji

Czynność wewnętrzna	Czynność zewnętrzna
W przeciwieństwie do praktycznej czynności zewnętrznej, wykonywana jest w umyśle i może dotyczyć uprzednich spostrzeżeń (wyobrażeń), słów (sądów).	Wykonywana jest na przedmiotach i związana bezpośrednio z działaniem.

### 2 Człon definicji operacji

**Odwracalność** to specyficzna cecha operacji, która łączy wzajemnie odwrotne czynności w jedną czynność umysłową.

- Począwszy od czynności na przedmiotach: możemy złożyć dwa zbiory klocków (dosuwając dwa klocki do czterech), a następnie rozłożyć je (odsuwając dwa klocki od złożonych sześciu).

*Poziom operacji konkretnych*



- Możemy te dwie czynności odwrotne dodawania i odejmowania wykonać w umyśle i dzięki operacyjności ii zrozumieć związki między składnikami, sumą i różnicą ( $4+2=6$  i  $6-2=4$ ).

*Poziom operacji formalnych*

3 Człon definicji operacji

### Przewidywanie wyników przekształceń

- Dla rozwoju myślenia ważne jest nie tylko stwierdzenie tego, co jest dane w spostrzeżeniach, ale przewidywanie tego, co dopiero ma nastąpić.
- W myśli można przewidzieć wyniki przekształceń, które nie zostały jeszcze dokonane. Jest możliwe dzięki ukształtowaniu odwracalnych czynności wewnętrznych. *Interioryzacji*

**Interioryzacja** - przechodzenie z poziomu manipulowania na przedmiotach na poziom rozumowania operacyjnego jest możliwe dzięki mechanizmowi interioryzacji (uwewnętrznienia czynności). Proces interioryzacji przebiega od konkretnych czynności do abstrakcyjnych operacji.

Obejmuje trzy etapy i polega na:

- przejściu od wykonywania czynności konkretnych w rzeczywistości materialnej,
- do czynności wyobrażeniowych,
- a następnie do czynności pomyślanych, gdzie myślenie wyraża się za pomocą operacji abstrakcyjnych.

Niekiedy mówi się, że *operacje polegają na odwracalnych przekształceniach myśli*. Jest to szczególnie ważne dla myślenia matematycznego np. *aby zrozumieć związek między działaniami wzajemnie odwrotnymi, trzeba zdawać sobie sprawę z tego, że każde z tych działań może zlikwidować rezultat drugiego*.

### Podatność na nauczanie

Podatnością na nauczanie nazywamy różnicę w liczbie doświadczeń potrzebnych dzieciom do budowania w swoim umyśle schematów poznawczych.

Do rozumienia sensu przekształceń i odwracalności – niebywale ważnych w kształtowaniu wiadomości i umiejętności matematycznych – większość małych uczniów potrzebuje doświadczeń przestrzennych dziejących się czasie. Nawet najlepszy obrazek jest ze swej natury statyczny, a „papierowe” nauczanie matematyki wpycha coraz więcej małych uczniów na ścieżkę niepowodzeń szkolnych, zwłaszcza w zakresie nauczania matematyki. Dotyczy to także tych dzieci, które rozpoczęły naukę szkolną z wystarczającą dojrzałością szkolną, w tym także w zakresie operacyjnego rozumowania.



### 3. Diagnoza poziomu myślenia matematycznego dziecka a jego sukces edukacyjny w klasie III.

Poziom operacyjny rozumowania a jakość kompetencji matematycznych

Pojęcie operacji oraz etapy rozwoju

**Anulowanie zmiany wynikłej na skutek przekształcenia może mieć jedną z dwóch następujących form odwracalności:**

- złożenie działań wzajemnie odwrotnych, np.  $x+1-1=x$  (ponieważ odjęcie liczby 1 anuluje zmianę wynikłą przez dodanie liczby),
- działanie kompensujące się (np. ilość plasteliny pozostanie niezmienna, gdy przekształcimy gruby walek w cienką „kiełbasę” ponieważ zwiększenie długości kompensuje efekt jednoczesnego zmniejszenia grubości).

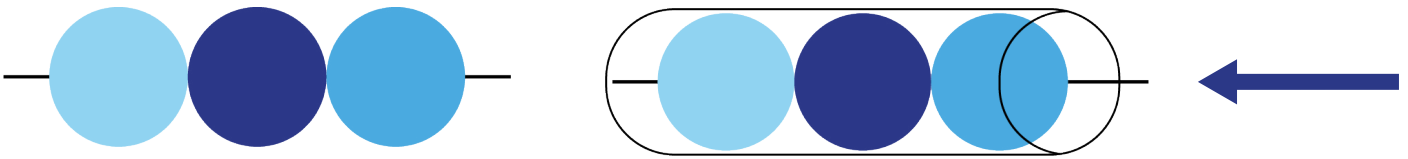


**anulowanie**

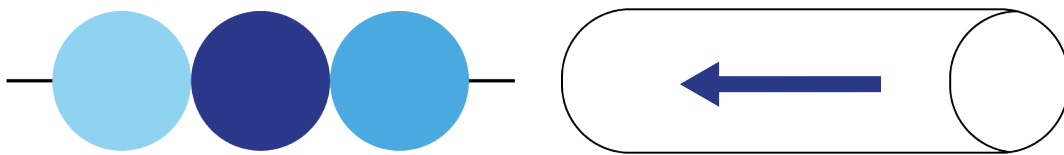


**kompensacja**





Zadaniem dziecka jest przewidzieć, która ukaże się pierwsza kula z lewej strony (kolejno: błękitna, granatowa, niebieska).



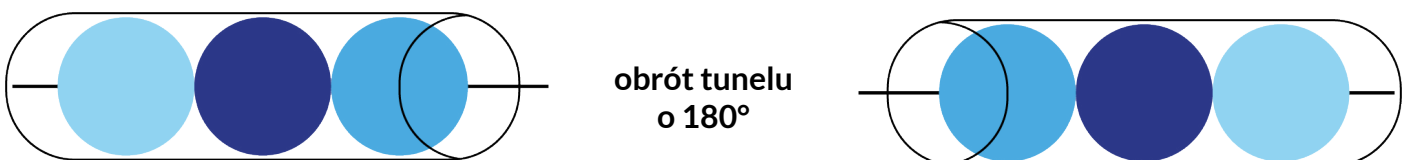
### Myślenie przedoperacyjne

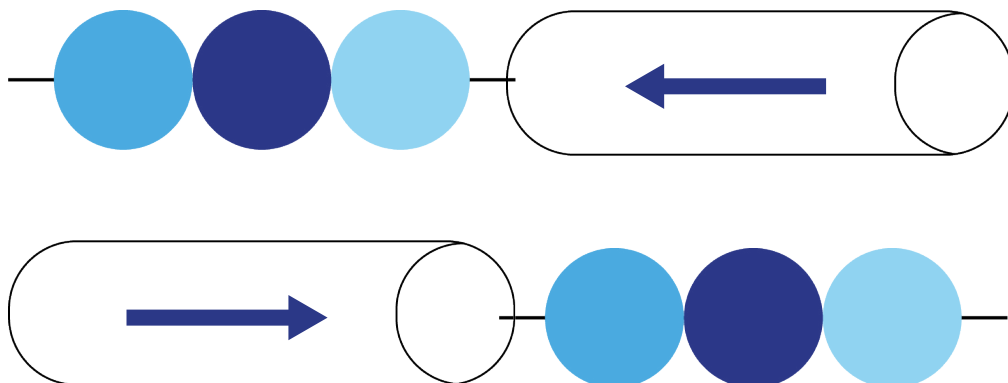
Nie rozumie, że jeżeli będziemy wyciągali drut w przeciwnym kierunku to mimo że kolejność kul na drucie pozostaje taka sama, kolejność ich pojawiania się z prawej strony ulegnie zmianie.

Dziecko przewidzi, że jeśli przesuwamy drut w tym samym kierunku, pierwsza ukaże się kula czerwona, następnie zielona i niebieska.

### Poziom operacji konkretnych

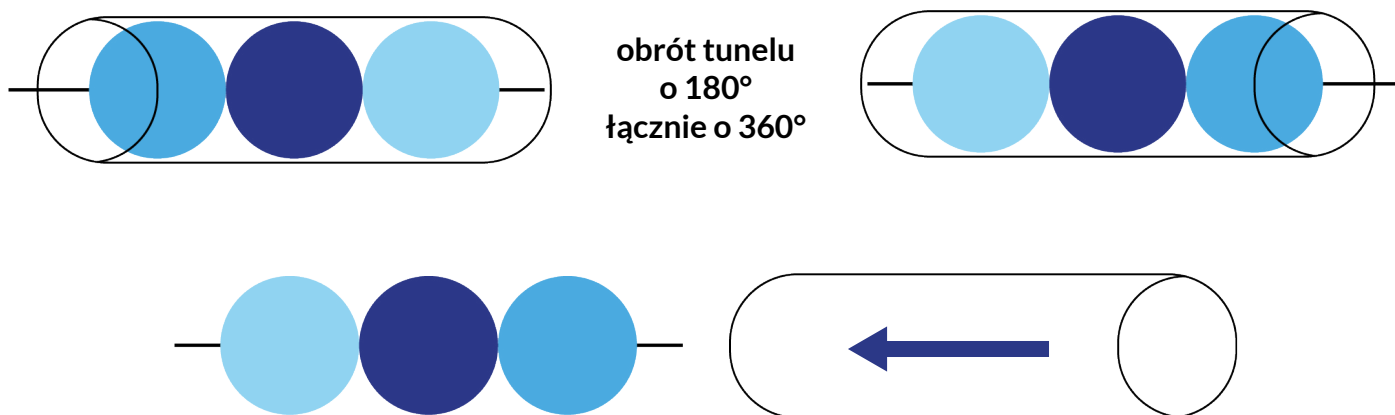
Dziecko potrafi przewidzieć kolejność pojawiania się kul przy różnych kierunkach przesuwania. Potrafi nawet zrozumieć bardziej złożone przekształcenia:





Dziecko wie,  
że po obrocie o  $180^\circ$   
po lewej stronie  
pojawi się kula  
niebieska, mimo  
że kierunek  
wysuwania drutu jest  
zgodny z kierunkiem  
wsuwania

Jeśli po obrocie zmienimy kierunek wysuwania, to pierwsza pojawi się znowu kula błękitna.



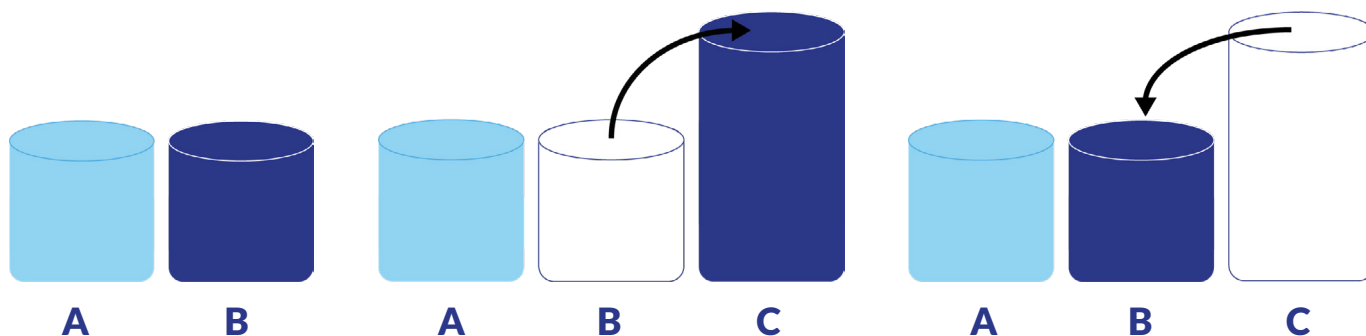
Dziecko wie, że po kolejnym obrocie o  $180^\circ$  łącznie o  $360^\circ$ , zmiana kierunku będzie skompensowana i po lewej stronie pierwsza zjawi się znowu kula błękitna

**Dzięki operacyjności dziecko rozumie zależność pojawiania się kul, od kierunku wysuwania drutu oraz to, że odpowiednie obroty całego tunelu wraz z drutem likwidują zmiany kolejności wynikające ze zmiany kierunku wysuwania drutu z tunelu.**



Na poziomie operacji konkretnych dziecko potrafi zestawiać ze sobą dwa wymiary (np. długość i wysokość itp.) i wyprowadzić z tego porównania prawidłowe wnioski.

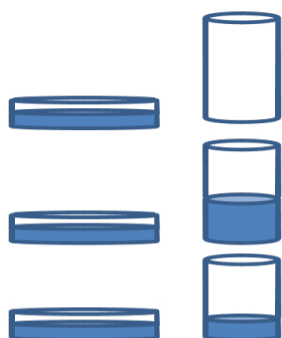
## Mierzenie objętości



W stadium przedoperacyjnym dziecko uwzględnia tylko jeden wymiar np. widząc, że poziom płynu jest wyższy w naczyniu C, wnioskuje fałszywie, że płynu w C jest więcej niż w A.

Przewiduje słusznie, że można wykonać czynność odwrotną, to znaczy przelać ponownie płyn z naczynia C do naczynia A i B będzie znowu jednakowy.

**Bardzo charakterystyczne są trudności jakie dziecko przedoperacyjne musi pokonać, aby zrozumieć, że zwiększenie jednego wymiaru powoduje zmniejszenie drugiego.**



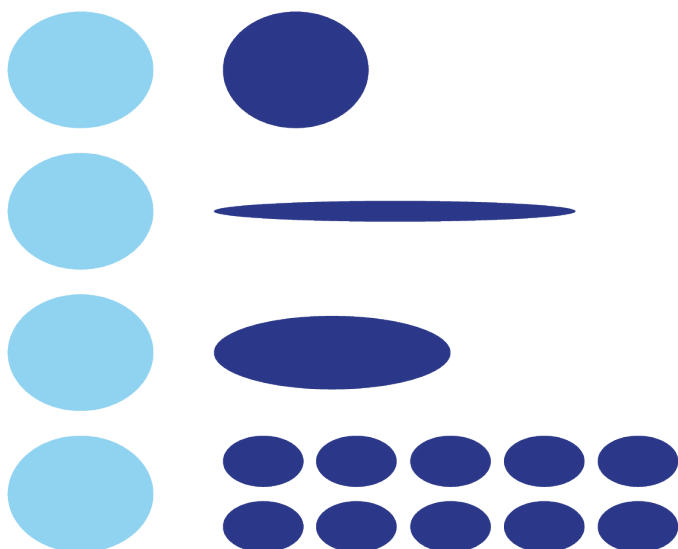
Zadaniem dziecka jest nalać z dzbanka tyle samo płynu do wąskiego naczynia, ile jest w szerokim, napełnionym do połowy

Dziecko zaczyna nalewać i zdaje sobie sprawę, że w takim wąskim naczyniu poziom powinien być wyższy,

jednak widząc różnicę poziomów peszy się i odlewa płyn do dzbanka, doprowadzając do jednakowego poziomu.

Dzięki operacyjności dziecko przewiduje różnice szerokości i wysokości są połączone w procesie porównywania i dziecko rozumie i z góry przewiduje, że do wąskiego naczynia należy wlać płyn tak by poziom jego był odpowiednio wyższy. Wyznaczenia ilościowego słupa wody będzie się dziecko uczyć wiele lat później, wymaga to bowiem umiejętności obliczania objętości prostopadłościanu lub walca.

## Przekształcenia



**W stadium przedoperacyjnym** dziecko skupia uwagę na jednej z cech, np.: długość wałka, i zmiana plasteliny niebieskiej doprowadza je do fałszywego wniosku.

Myśl dziecka przebiega w jednym kierunku **kula gruba - wałek cienki - więc mniej plasteliny.**

**Operacje konkretne** - dziecko wraca myślą do stanu przed przekształceniem **kula - wałek.**

Twierdzi wówczas: „jest tyle samo, bo przedtem była taka sama kula”. **Dzieci 6-7 letnie** potrafią powiedzieć - „To co poszło w grubość czerwonej, to w niebieskiej idzie w długość” lub „Odjęło się z grubości, ale dodało na długości, to plasteliny jest tyle samo, nic się nie zmienia, tylko inaczej wygląda”.

## Znaczenie czynności dziecka dla rozwoju operacji

Przejście od myślenia przedoperacyjnego do operacji konkretnych dokonuje się przede wszystkim na skutek różnego rodzaju czynności wykonywanych przez dziecko. Spostrzeżenia dają jedynie obraz statyczny; poprzez nie chwytny tylko pewne stany, natomiast w trakcie działania możemy zrozumieć, na czym polegają zmiany, co w efekcie prowadzi do kształtowania obrazów dynamicznych. Przekształcając przedmiot przez wykonywanie odpowiednich czynności dziecko dochodzi do umiejętności przewidywania wyniku mającego nastąpić przekształcenia.

## Myślenie symboliczne: substytucja i modelowanie wizualne

Symbol to spojrzenie na pewien obszar z lotu ptaka. W rozwoju systemu symboli u dzieci przełomowe wydarzenia mają miejsce między drugim a piątym rokiem życia. Dziecko doskonali i rozwija różne systemy symboli za pomocą:

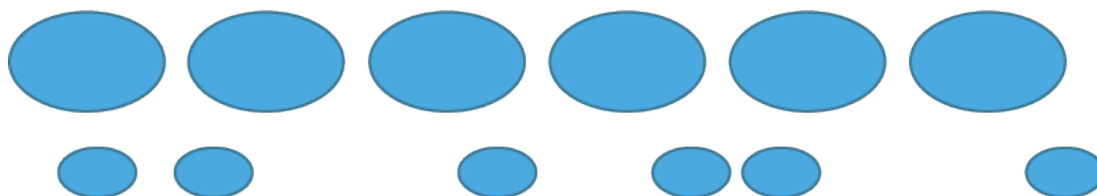
- **substytucji** - to użycie tradycyjnych znaków i symboli zamiast prawdziwych obiektów czy zjawisk do rozwiązywania problemów. Kiedy dzieci używają znaków i symboli to nie potrzebują mieć przed sobą obiektów, żeby móc o nich myśleć;

- **modelowania wizualnego** – umiejętność „przetłumaczania” informacji na model wizualny z wykorzystaniem zamienników (znaków i symboli) – wspomaga intelektualne rozwiązywanie problemów. Zamiast opierania się na procesach prób i błędów w odniesieniu do rzeczywistych przedmiotów, uczymy się rozwiązywania problemów, wykorzystując strategie umysłowe, by rozpatrzyć różne alternatywy i poczynić plany;

Dziecięca elastyczność (modyfikowalność) będzie zależała od rodzaju narzędzi psychologicznych, które są dla dzieci dostępne (A. Kozulin and B. Gindis)

### **Zakres potrzebny do kształtowania aspektu kardynalnego liczby naturalnej**

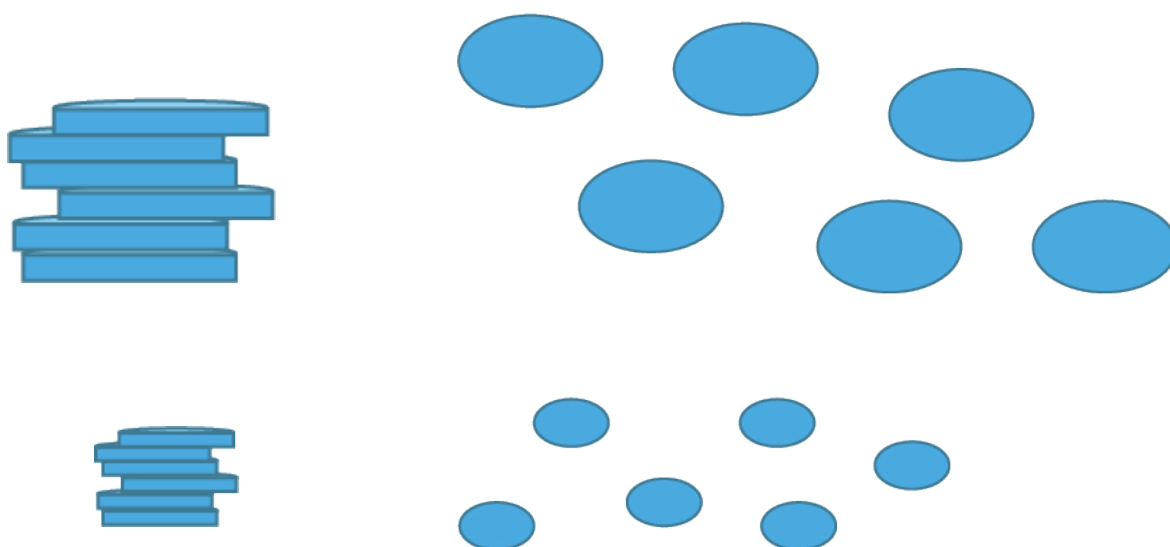
Nauczyciel układa przed dzieckiem 6 dużych krążków. Pokazuje je gestem i stwierdza: To są duże krążki. Jak chcesz możesz je policzyć.



Potem dokłada 6 małych krążków.

Układa krążki tak by, szereg ułożonych krążków miał podobną długość, a ich układ nie sugerował przyporządkowania jeden do jednego

**Pytanie: Czy krążków dużych jest tyle samo co małych?**





## Poziom rozumowania w zakresie pojęcia liczby

Poziom przedoperacyjny	Poziom przejściowy	Poziom operacji konkretnych
<p>Dziecko przygląda się układanym krążkom i liczy je tak, jak umie. Pytane o liczbę krążków (po obserwowanych zmianach) odpowiada, że <b>nie jest ich tyle samo</b>. Sugeruje się wielkością liczonych obiektów oraz powierzchnią jaką zajmują.</p>	<p>Dziecko policzyło krążki i powodowane niepokojem związanym z wielkością obiektów oraz powierzchnią przez nie zajmowaną, liczy jeszcze raz. <b>Odpowiada jest tyle samo</b>. Prezentuje w ten sposób gotowość przejścia do poziomu konkretnego w trakcie ustalania równoliczności zbiorów.</p>	<p>Dziecko policzyło krążki małe i duże i ustaliło, że <b>jest ich tyle samo</b>.</p>

W kształtowaniu pojęcia liczby ważne są dwa okresy myślenia:

1. operacyjne rozumowanie potrzebne przy ustalaniu stałości liczebności porównywanych zbiorów – dziecko ustala równoliczność przez tworzenie par, dostrzeganie stałości liczebności elementów zbioru mimo zmian w ich położeniu;
2. operacyjne ustawianie po kolei – pozwalające określić dziecku miejsce wybranej liczby w szeregu, wskazać liczby następne i poprzednie. Pomaga zrozumieć dziecku aspekt porządkowy i miarowy liczby naturalnej.

Wiele wskazuje na to, że dziecięce liczenie kształtuje się w umyśle dziecka w sposób podobny do tego, w jaki opanowuje ono gramatykę języka ojczystego. W obu wypadkach istotną rolę odgrywa wcześniej rozwijająca się zdolność do wychwytywania prawidłowości.

### Jakość dziecięcego zrozumienia ilość

Nierozsądną rzeczą jest przymuszanie dzieci do pracy z wielkimi liczbami. To co naprawdę ważne, to jakość, a nie ilość – jakość dziecięcego zrozumienia ilości.

Poziom liczenia w pamięci jest poziomem wymaganym w edukacji szkolnej.

Dziecko potrzebuje około dwóch lat doświadczeń w rachowaniu, aby przejść od poziomu - muszę policzyć wszystkie obiekty, którymi manipulowano na poziom liczenia w pamięci. Liczenie na palcach lub innych zbiorach zastępczych jest połowiej tej drogi.

Trzeba zorganizować sytuacje sprzyjające przechodzeniu na poziom symboliczny. Sprzyja temu

rozwiązywanie zadań z treścią.

Myślenie dziecka sprzyjające kształtowaniu pojęcia liczby i rachowaniu.

<p><b>Liczenie</b> - W potocznym rozumieniu słowo liczyć (w znaczeniu obliczać wynik) oznacza także dodawanie i odejmowanie, a więc rachowanie. Dziecko wskazuje objekty i liczy je tak jak umie.</p>	<p><b>Rachowanie</b> - ustalanie ile jest obiektów po dodawaniu (dokładaniu, dosuwaniu) lub po odejmowaniu (zabieraniu, odsuwaniu).</p>
---	---

(za E. Gruszczyk - Kolczyńską)

Ważne jest nie tylko nauczanie małych dzieci liczenia, ale pomoc w rozwinięciu przez nie rozumienia: czym jest liczba, czym jest rzeczywistość ukryta za liczbami oraz zawarta w procesie liczenia.

Nawet dziecko o znakomitej podatności na uczenie się pod kierunkiem dorosłego potrzebuje wielu doświadczeń, aby przejść na wyższy poziom opanowania umiejętności liczenia. Dzieci muszą liczyć objekty w różnych sytuacjach, każdego dnia i to po kilka razy, ćwiczenia organizowane w ramach edukacji matematycznej, nawet dla zdolnych dzieci to za mało. Dzieci powinny liczyć dosłownie wszystko, co się wokół nich znajduje.

### Liczby i cyfry

„Liczby są wytworem ludzkiego umysłu. Tworem niezwykle abstrakcyjnym. Nie można ich zobaczyć, dotknąć, manipulować nimi. Mówimy, że w pokoju stoją trzy stoły, ale jest tylko stół i stół, i stół. Ogarniamy je myślą, jako coś scalonego, jako trzy, w tej sytuacji trzy stoły. Liczbami porządkujemy, opisujemy i nazywamy świat.”/ E. Gruszczyk – Kolczyńska, Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Warszawa 2009./

Wprowadzenie liczb i cyfr następuje gdy dzieci opanują dobrze porównywanie liczebności zbiorów bez przeliczania. W oparciu o poznane właściwości zbiorów równolicznych przechodzimy do wprowadzenia pojęcia liczby rozpatrywanej w różnych aspektach

### Aspekty liczb naturalnych

- aspekt kardynalny
- aspekt porządkowy
- aspekt arytmetyczny

- aspekt symboliczny
- aspekt miarowy

Cyfry - są znakami graficznymi przyjętymi do oznaczania liczb. Liczba jest pojęciem abstrakcyjnym określającym pewną liczebność, ilość lub wielkość. Liczb jest nieskończenie wiele. Cyfr zaś tylko 10.

Za pomocą cyfr zapisujemy liczby jednocyfrowe, dwucyfrowe, trzycyfrowe itd.

Cyfra - symbol liczby - ma swoje cechy dystynktywne - pozwalające jednym spojrzeniem rozpoznać dany znak i odróżnić go od innego. Żeby dziecko rozpoznało te cechy musi mieć do czynienia z prawidłowym wzorem cyfr.

## 4. Wybrane metody i formy realizacji celów edukacji matematycznej w klasach I-III.

### Metody nauczania matematyki w szkole podstawowej (wg Wandy Nowak)

Metody	Podające	Poszukujące	Ekspozujące	Praktyczne
Wyjaśnienie, opowiadanie, wykład.	Ustne „podanie” materiału przez nauczyciela.	Wykład problemowy (dialog „wewnętrzny” nauczyciela rozwijającego problem przed uczniem).	Wykład ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania.	Wykład w połączeniu z poleceniem samodzielnego zapisu i rozwiązania zadania według instrukcji.
Pogadanka, dyskusja.	Objaśnienie nowego materiału za pomocą pytań z wykorzystaniem doświadczenia uczniów.	Pogadanka heurystyczna poprzedzona wysunięciem problemu do rozwiązania.	Dyskusja na temat rozwiązania problemów z literatury uzupełniającej.	Pogadanka powtórzeniowa prowadząca do rozwiązania zadań.

Metody	Podające	Poszukujące	Eksponujące	Praktyczne
Praca z podręcznikiem	Czytanie podręcznika jako źródła wiedzy. Zadanie nowego materiału z podręcznika.	Rozwiązanie problemu w oparciu o podręcznik.	Sprawozdanie z literatury uzupełniającej. Referaty ucznia uwzględniające ciekawostki matematyczne.	Notowanie treści podstawowych albo zapis symboliczny. Rozwiązywanie zadań z podręcznika
Pokaz, obserwacja.	Pokaz przeźroczy, filmu, modeli itp. z danym z góry komentarzem.	Pokaz połączony z obserwacją ucznia dla rozwiązania danego problemu.	Pokaz ukazujący piękno matematyki, interesujące problemy i zastosowania.	Pokaz połączony z konkretnym zadaniem do rozwiązania.
Prace laboratoryjne.	Przedstawienie przez nauczyciela wyników doświadczeń bez ich wykonania przez uczniów.	Wykonanie doświadczeń dla dokonania uogólnień (tok indukcyjny).	Konkurs na wykonanie ćwiczeń w grupach.	Ćwiczenia w terenie na zastosowanie teorii. Ćw. w pracowni dla sprawdzenia słuszności uogólnień.
Ćwiczenia.	Objaśnienie przez nauczyciela sposobów rozwiązywania zadań, dowodzenia twierdzeń.	Rozwiązywanie zadań problemowych.	Zawody matematyczne. Rozwiązywanie atrakcyjnych zadań, zadań historycznych.	Ćwiczenia na zastosowanie teorii. Rozwiązywanie ćwiczeń utrwalających.

## Aktywizujące metody nauczania

### Burza mózgów

W czasie burzy mózgów pracuje się indywidualnie, ale na rzecz całego zespołu, którego zadaniem jest zgromadzenie jak największej liczby pomysłów czy faktów do podanego problemu. Burzę mózgów stosujemy:

a) jako rozgrzewkę umysłową. Stosuje się ją na początku zajęć jako pobudzenie uczniów do aktywności umysłowej, np.:

- zapisz jako najwięcej skojarzeń ze słowem: mnożenie;
- jakie zastosowanie może mieć koło? itp.

b) dla ustalenia zakresu posiadanej wiedzy,

c) dla utrwalenia wcześniej zdobytej wiedzy,

d) dla znalezienia najlepszego rozwiązania jakiegoś problemu.

Jeżeli chodzi nam o maksymalne zaangażowanie wszystkich uczniów nie tylko w dokonywaniu wyboru, ale także w dyskusję, podejmowanie decyzji i argumentowanie, można wykorzystać technikę diamentowego rankingu. Praca przebiega w grupach następującymi etapami:

I – burza mózgów - każdy zapisuje własne pomysły na oddzielnych kartkach;

II – analiza pomysłów - następuje tu odczytywanie wszystkich pomysłów, odrzucanie powtarzających się i wybranie dziewięciu najtrafniejszych;

III – utworzenie diamentu.

### **Linia czasu**

Linia czasu jest również metodą wizualnego przedstawienia problemu. W wymiarze linearnym ukazuje następstwa czasowe. Polega na zaznaczaniu wydarzeń w ujęciu chronologicznym na długim arkuszu papieru. Dobrze jest dodać krótkie opisy tych wydarzeń lub też zdjęcia z podpisami, względnie zaprezentować je w innej krótkiej formie. Dzieci często mają problemy ze zrozumieniem pojęcia czasu, zwłaszcza dłuższego niż życie. Linię czasu można wykorzystać przy realizowaniu takich tematów jak:

- kalendarz i czas,
- skala na mapach i planach.

### **Gry planszowe**

Gry planszowe oprócz dobrej zabawy niosą ze sobą treści dydaktyczne i wychowawcze. Uczą też ścisłego przestrzegania reguł. Tworzenie gier planszowych można zlecić uczniom jako niekonwencjonalny sposób na doskonalenie umiejętności: czytania, pisania, planowania, twórczego myślenia, redagowania poleceń, rysowania, rozwiązywania zadań tekstowych itp. Nie ma chyba w szkole podstawowej dziedziny wiedzy, do której nie można by utworzyć tego typu gier. Można tworzyć gry ortograficzne, matematyczne, przyrodnicze, geograficzne, historyczne, a także z zakresu literatury czy ruchu drogowego. Przy tworzeniu gier planszowych należy przestrzegać pewnych zasad.

Gra powinna:

- być wizualnie atrakcyjna,
- mieć jasno sprecyzowane reguły,
- być nośnikiem treści dydaktycznych, tj. uczyć czegoś przy okazji zabawy, ☑ być zgodna z zasadami wychowania.

Złe postępowanie powinno być karane, a dobre nagradzane np. w rachunku pamięciowym: dobrze obliczyłeś - posuwasz się do przodu, pomyliłeś się – pozostajesz na miejscu, nie obliczyłeś – cofasz się.

## Metoda projektów

Metoda projektu charakteryzuje się tym, że:

- ma określone cele i metody pracy,
- ma określone terminy realizacji całości i poszczególnych etapów,
- wyznaczone są osoby odpowiedzialne za jego realizację,
- znane są kryteria oceny,
- uczniowie realizują zadania w grupach, rzadko indywidualnie,
- pracują w znacznym stopniu samodzielnie i na własną odpowiedzialność,
- rezultaty pracy prezentowane są publicznie (na forum klasy lub szkoły),
- projekt jest zadaniem trwającym kilka dni, a nawet tygodni.

Wykonując projekt, uczeń pod kierunkiem nauczyciela zdobywa nową wiedzę i umiejętności, a prezentując go kolegom, uczestniczy w procesie uczenia się innych uczniów. Od tradycyjnego zadania domowego projekt różni przede wszystkim tym, że uczniowie samodzielnie zdobywają informacje o jakimś szerszym niż zwykle zagadnieniu, opracowują je, a następnie prezentują innym. Przykład zastosowania metody projektów na lekcji matematyki: 1. Obszar tematyczny: Figury przestrzenne. Temat: Figury kosmiczne

## Metoda dramy

Drama polega na wczuwaniu się w rolę, na improwizacji angażującej ruch i gest, mowę, myśli i uczucia. Dostarcza bezpośredniego doświadczenia, przekraczającego zakres zwykłej informacji, wzbogacającego wyobraźnię i poruszającego emocje tak samo jak umysł. Istotą dramy jest konflikt wzięty z życia, z literatury lub po prostu wymyślony. Umożliwia ona przeżycie określonych problemów, poszukiwanie własnych rozwiązań i dokonywanie wyborów. Przyspiesza to emocjonalne, intelektualne i społeczne dojrzewanie uczniów. Drama uczy chyba najważniejszej sprawy w edukacji dorastającego człowieka: samowiedzy, rozumienia siebie i innych na poziomie emocji i uczuć. Przykłady ćwiczeń dramowych:

- Liczby staną w dwójkach tak, by ich suma była parzysta. Gdy każda liczba znajdzie swoją parę, zastanawiamy się: - Z jaką liczbą mogło połączyć się zero? (Z parzystą.) - Czy liczba zero jest parzysta, czy nieparzysta? - Jakie liczby znalazły się obok siebie? (Dwie parzyste lub dwie nieparzyste.)
- Liczby staną w dwójkach tak, by ich suma była nieparzysta. Nauczyciel zwraca uwagę, czy wszystkie liczby znalazły pary. Jeżeli nie, to nauczyciel wchodzi w rolę liczby odpowiedniej do stworzenia pary. Analogicznie jak w ćwiczeniu poprzednim, rozważamy możliwość łączenia się liczb i rolę zera.
- Liczby tworzą takie pary, by ich różnica była liczbą parzystą. Następnie zastanawiamy się, jakie liczby mogą łączyć się w pary. (Dwie parzyste lub dwie nieparzyste.)

Uczeń będzie aktywny, gdy:

- cel jest dla niego bliski i wyraźny (ma poczucie sensu tego, co robi);



- uwzględnia się jego potrzeby i zainteresowania (zadania uznaje za własne);
- ma poczucie bezpieczeństwa (prawo do błędu, otrzyma konieczne wsparcie i informację zwrotną);
- działaniom towarzyszą odczucia i emocje;
- bierze udział w planowaniu i podejmowaniu decyzji (coś ode mnie zależy);
- odczuwa satysfakcję (lubi to robić);
- ma poczucie własnej wartości (ja to potrafię);
- dostrzega się jego wkład pracy, a nie tylko efekt (nauczyciel i grupa dostrzegają jego wysiłek i doceniają go);

### **Polisensoryczne uczenie się dziecka w młodszym wieku szkolnym**

W czasie wykonywania czynności angażujemy: umysł, wolę, emocje i zmysły. Przyjmując to za fakt, nauczycielowi nie pozostaje nic innego, jak organizować zajęcia, w których uczniowie zaangażują się całym sobą, będą badać, doświadczają i działać.

W tym celu należy:

1. Ograniczyć stosowanie metod podających, służących przekazywaniu gotowych wiadomości.
2. Stosować metody i techniki aktywizujące, sprzyjające samodzielności myślenia i działania, a także kształtowaniu pozytywnej motywacji do uczenia się.
3. Organizować tak pracę, aby uczniowie mieli okazję zaspokoić swoje potrzeby (bezpieczeństwa, uznania kontaktów społecznych, komunikacji, aktywności, samorealizacji itd.).
4. Uatrakcyjnić zajęcia poprzez wprowadzenie elementu zaskoczenia, zaciekawienia, nowości, zabawy, bo to wzmacnia zaangażowanie uczniów.
5. Wykorzystać na zajęciach odpowiednio dobrane środki dydaktyczne.
6. Tworzyć małe grupy, które wymuszają aktywność wszystkich jej uczestników i sprzyjają obiektywnej ocenie i samoocenie.
7. Tworzyć sytuacje, w których uczniowie stają się eksperymentatorami i odkrywcami.
8. Zadbać o odpowiednie zagospodarowanie przestrzeni w sali i zgromadzenie bogatego warsztatu dla ucznia.

### **Formy organizacyjne pracy**

W procesie nauczania – uczenia się nauczyciel stosując metodę, dobiera do niej odpowiedni układ organizacyjny. Ze względu na liczbę uczestników rozróżnia się następujące formy pracy:

- indywidualną:
  - jednolitą polegającą na wykonywaniu przez poszczególnych uczniów tych samych zadań.
  - zróżnicowaną polegającą na wykonaniu przez poszczególnych uczniów zadań odrębnych, specjalnie dla każdego z nich przeznaczonych
- zbiorową - mimo walorów pracy zbiorowej należy podkreślić, że sprzyja ona dominacji aktywności nauczyciela, który przypomina dyrygenta orkiestry, a uczniowie muzyków. Jedni grają częściej i dłużej partie solowe, inni stanowią tło.
- grupową:
  - jednolitą polegającą na wykonywaniu takich samych zadań przez wszystkie grupy, a następnie



na kontrolowaniu ich wyników;

- zróżnicowaną polegającą na wykonywaniu przez grupy różnych zadań, które składają się na pewną całość, a uzyskane wyniki prezentowane są na forum klasy.

### **Kryteria podziału na grupy**

W zależności od celu, dla realizacji którego organizujemy pracę z podziałem na grupy, w różny sposób możemy do nich dobierać uczniów.

I – Grupy jednorodne pod względem osiągnięć szkolnych.

II – Grupy o zróżnicowanym poziomie.

III – Grupy koleżeńskie. Pożądane jest, aby uczniowie łączyli się w grupy koleżeńskie, ponieważ taki układ daje uczniom poczucie bezpieczeństwa. Dzieci w grupach przyjaznych pracują lepiej mimo różnic zdolności.

IV – Grupy doboru celowego. Np. stosujemy:

- dobieranie się w grupę z dziećmi, które siedzą najdalej od danego ucznia;
- utworzenie grupy osób, które do tej pory z sobą nie pracowały.

V – Grupy zmienne losowo. Tworzenie grup dokonuje się w sposób losowy. Można to robić w różny sposób, np.:

- uczniowie losują kolorowe kartki (tyle kartek, ilu uczniów);
- grupę tworzą uczniowie z żółtymi kartkami, grupę tworzą uczniowie z niebieskimi kartkami itd.

Na pierwszym etapie kształcenia w nauczaniu zintegrowanym nauczyciel może dodatkowo wykorzystać podział na grupy do wzbudzenia zainteresowania uczniów tematem dnia.

Praca w grupie przebiega efektywnie gdy: uczestnicy negocjują i wspólnie podejmują decyzje, cel pracy dla uczniów jest bliski i jasno sprecyzowany, w grupie panuje przyjazna atmosfera, uczestnicy współpracują, wszyscy przestrzegają przejętych zasad, potrafią rozdzielić role i prace między sobą, zadanie jest zrozumiałe, uczniowie są zaangażowani, wszyscy wiedzą co mają robić, każdy ma prawo do wypowiedzenia swoich myśli.

Praca w grupie przynosi efekty i daje zadowolenie jej uczestnikom, gdy wszyscy uczniowie angażują się w pracę swojej grupy, wykonują powierzone im zadania, pełnią wyznaczone role, a w grupie panuje szczerść i swobodna atmosfera.



## 5. Wykorzystanie TIK w kształtowaniu kompetencji matematycznych dziecka w młodszym wieku szkolnym.

<https://edupolis.pl/logowanie/>

<https://wordwall.net/pl/community?localeId=1045&query=matematyka>

[https://www.youtube.com/watch?v=\\_NijJ\\_9eiWk](https://www.youtube.com/watch?v=_NijJ_9eiWk)

<https://www.youtube.com/watch?v=eJ0zJckvc68>

[https://www.youtube.com/watch?v=1RoWBDCOO\\_8](https://www.youtube.com/watch?v=1RoWBDCOO_8)

<https://mojedziecikreatywnie.pl/2017/03/wspieranie-edukacji-matematycznej-dzieci/>

<https://edukacjawczesnoszkolna1.blogspot.com/p/matematyka-online.html>

[https://www.matzoo.pl/klasa2/tabliczka-mnozenia-w-zakresie-50\\_9\\_103](https://www.matzoo.pl/klasa2/tabliczka-mnozenia-w-zakresie-50_9_103)

[https://www.matzoo.pl/klasa2/tabliczka-mnozenia-w-zakresie-30\\_9\\_101](https://www.matzoo.pl/klasa2/tabliczka-mnozenia-w-zakresie-30_9_101)

<https://szaloneliczby.pl/klasa-2/>

<https://matmag.pl/pdfy>

<https://wordwall.net/pl/resource/2048937/dodawanie-i-odejmowanie-w-zakresie-100-bez-przekroczenia-progu>

<https://www.mauthor.com/present/6559787031199744>



Fundusze Europejskie  
Wiedza Edukacja Rozwój



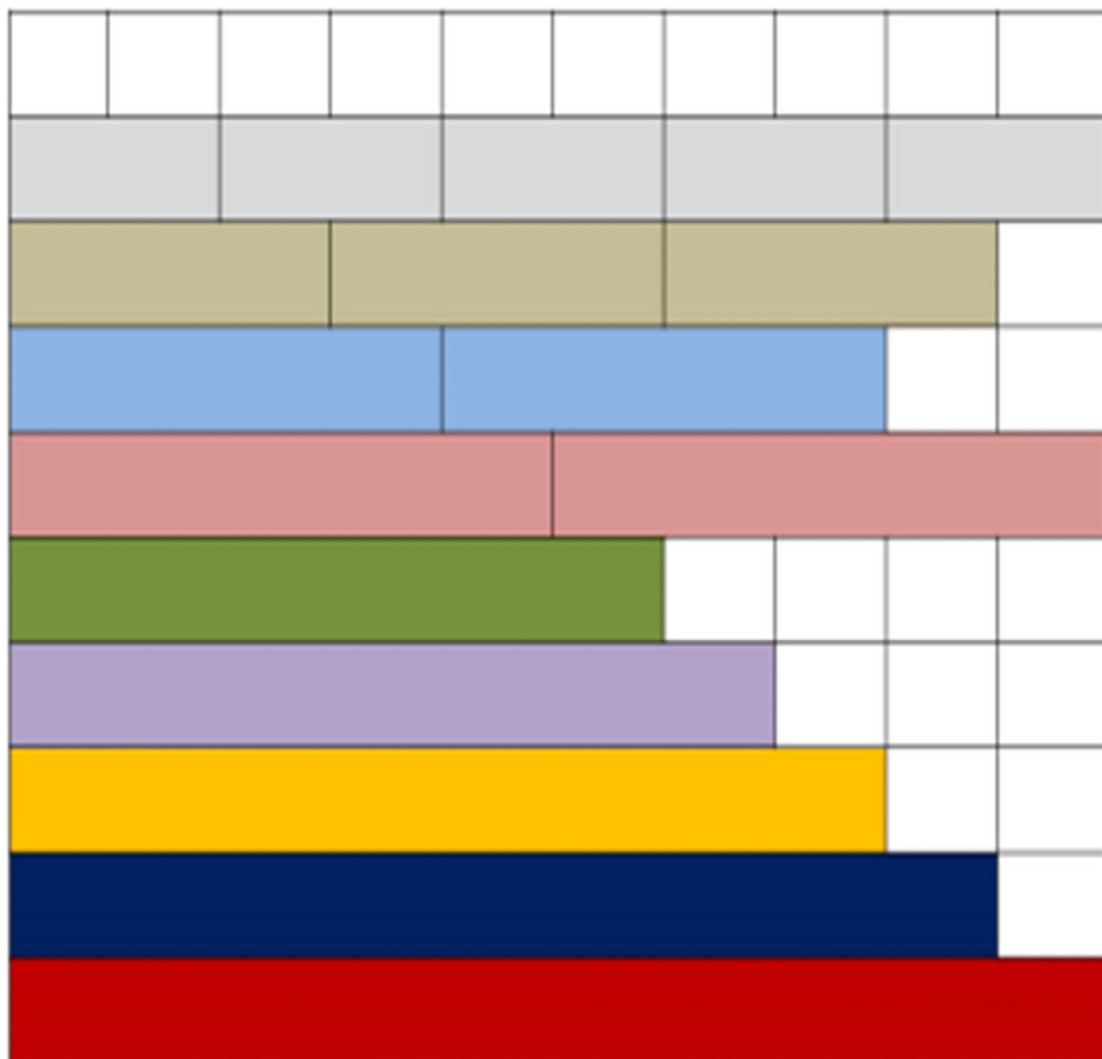
Rzeczpospolita  
Polska

Unia Europejska  
Europejski Fundusz Społeczny



# Klocki Cousinaire'a

2cm



Ogólnopolski  
Operator  
Oświaty



Galileo

## 6. Literatura

### Akty prawne

1. Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady nr 2006/962/WE w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dz.U. L 394 z 30.12.2006)
2. Zalecenia Rady Europy w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (Dz.U.UE.C.2018.189.1)
3. ROZPORZĄDZENIE MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, (...).(D.U. poz. 356)

### Bibliografia

1. Gruszczyk – Kolczyńska E., E. Zielińska (1997), Dziecięca matematyka. Warszawa;
2. Gruszczyk – Kolczyńska E. (2009), Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Warszawa.
3. Nowik J.( 2011), Kształcenie matematyczne w edukacji wczesnoszkolnej. Poradnik dla nauczyciela. Wydanie II rozszerzone. Opole.
4. Stucki E. (1993), Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych cz.I i II. Bydgoszcz.
5. Cydzik Z. (1986), Nauczanie matematyki w klasie pierwszej drugiej szkoły podstawowej. Warszawa.
6. Gruszczyk – Kolczyńska E., E. Zielińska (2005) Wspomaganie dzieci rozwoju zdolności do skupienia uwagi i zapamiętywania. Warszawa.
7. Gruszczyk – Kolczyńska E, E. Zielińska (1992), Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki” Warszawa.
8. Gruszczyk – Kolczyńska E., E. Zielińska (2004) Wspomaganie rozwoju trzylatków i dzieci starszych wolniej rozwijających się. Warszawa.
9. Semadeni Z. (1981), Nauczanie początkowe matematyki cz. I, II, III, IV. Warszawa.
10. Gruszczyk – Kolczyńska E. (1996), Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier? Warszawa.
11. Rau K., Ziętkiewicz E. (2000), Jak aktywizować uczniów. Oficyna Wydawnicza. Poznań
12. Nowak W. (1989), Konwersatorium z dydaktyki matematyki. PWN, Warszawa
13. Tacher B. (1997), Praca małych grup. Koszalin.
14. Fisher R.(1999), Uczymy jak myśleć. WSiP, Warszawa
15. Okoń W. (1987) Słownik pedagogiczny. PWN, Warszawa.
16. Dąbrowski M. (2008), Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów. Wyd. II zmienione, CKE. Warszawa.
17. Kuls – Stańska D., Kalinowska A.(2004) , Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów, Wydawnictwa Akademickie Żak, Warszawa.
18. Fisher R. (2000), Lepszy start. Zapewnij swojemu dziecku lepszy start. Dom Wydawniczy REBIS, Poznań.